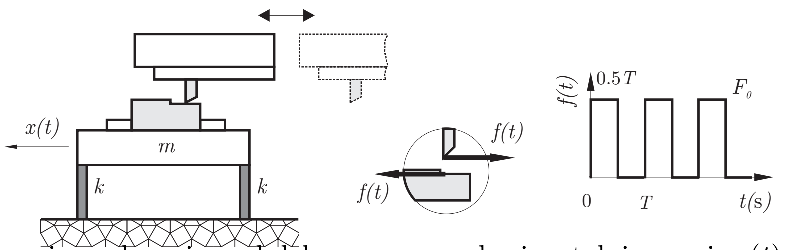
IZPIT Z REŠITVAMI – 1. frebruar 2005

NALOGA 1 (35 točk)

Pri pehanju (poseben postopek odrezavanja), smo izmerili silo $f(t)$ na nož v horizontalni smeri, le-ta pa se periodično ponavlja (glej sliko). Obdelovanec je fiksno vpet v mizo stroja, miza pa je vpeta na podajno podnožje. Zanima nas, kako sila $f(t)$ vpliva na nihanje sistema miza-obdelovanec. Določite odziv mize, skupaj z obdelovancem, v horizontalni smeri $x(t)$, če omenjeni sistem modeliramo kot sistem z eno prostostno stopnjo. Podajno podnožje poenostavljeno predstavimo v obliki dveh vzmeti, vsaka predstavlja togost k v smeri x. Skupna masa mize in obdelovanca je enaka m.



Podatki:

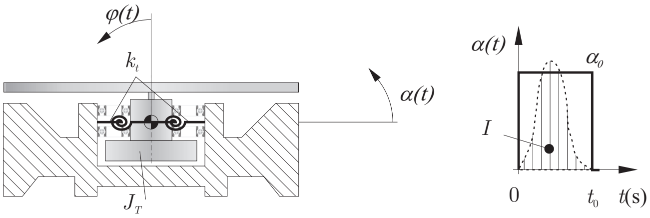
k, m, T, F_0

Rešitev:

$a_0 = F_0, \quad a_n = 0, \quad b_n = \frac{2F_0}{(2n-1)\pi}$

$x(t) = \frac{F_0}{4k} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2F_0}{(2n-1)\pi\left(2k - m(2n-1)^2\omega^2\right)} \sin((2n-1)\omega t)$

NALOGA 2 (30 točk)



a) b)

Na sliki je prikazan trdi disk, sestavljen iz togega, osrednjega vrtečega se dela masnega vztrajnostnega momenta okoli težišča, J_T, ter togega ohišja. Ohišje in osrednji del sta povezana preko ležajev, ki jih modeliramo kot dve torzijski vzmeti, k_t. Ohišje utrpi nenadni sunek v obliki *zasuka* $\alpha(t)$. Vaša naloga je, da namesto dejanskega zasuka $\alpha(t)$, (površina pod krivuljo $\alpha(t)$ je enaka I) le-tega predstavite v poenostavljeni obliki kot koračno funkcijo (debela polna črta na sl. b)) višine α_0 in širine t_0. Na podlagi poenostavljenega zasuka potem določite odziv osrednjega dela diska, $\varphi(t)$, za čas $t \leq t_0$.

Podatki:

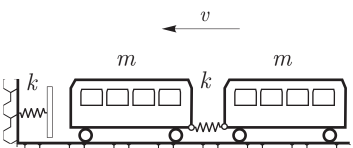
J_T, k_t, t_0, I

Rešitev:

$\varphi(t) = \frac{I}{t_0}\left[1 - \cos(\omega_0 t)\right], \quad t \leq t_0, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{2k_t}{J_T}}$

NALOGA 3 (35 točk)

Tik preden vlakovna kompozicija trči (trk je trenuten) ob brezmasno končno oviro, se le-ta giblje s konstantno hitrostjo v. Za čas, ko je levi vagon v stiku z oviro, najprej določite lastne frekvence in lastne vektorje sistema. Nadalje *nakažite* tudi izraz za odziv sistema kot posledica hitrosti v, in sicer s pomočjo modalnih koordinat. Namreč, odziv posamezne, i-te modalne koordinate lastnega nihanja, je v obliki $\eta_i(t) = A_i \cos(\omega_i t) + B_i \sin(\omega_i t)$ s konstantami A_i in B_i, odvisnimi od začetnih pogojev. Ker pa že poznamo povezavo fizikalnih in modalnih koordinat preko modalne matrike $\boldsymbol{\Phi}$, $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\eta}$, lahko določimo neznane konstante A_i in B_i, katerih izračun morate torej *nakazati*.



Podatki:

$k = 5 \cdot 10^9\,\mathrm{N/m}$, $m = 10\,\mathrm{ton}$, $v = 1\,\mathrm{m/s}$

Rešitev:

$\omega_1 = 437\,\mathrm{rad/s}, \quad \omega_2 = 1144{,}1\,\mathrm{rad/s}, \quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1{,}62 & -0{,}62 \end{bmatrix}$

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\eta}(0) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \boldsymbol{\Phi}\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \\ \dot{\boldsymbol{x}}(0) = \boldsymbol{\Phi}\dot{\boldsymbol{\eta}}(0) &= \begin{pmatrix} v \\ v \end{pmatrix} = \boldsymbol{\Phi}\begin{pmatrix} B_1\omega_1 \\ B_2\omega_2 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \Rightarrow A_1, A_2, B_1, B_2$$