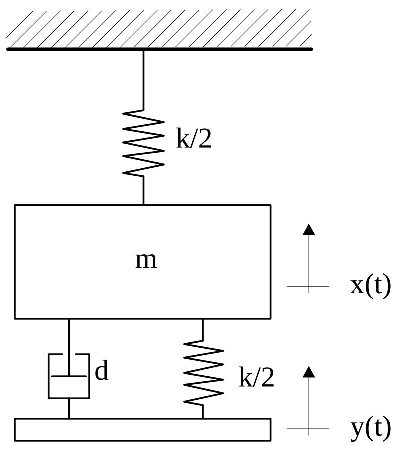
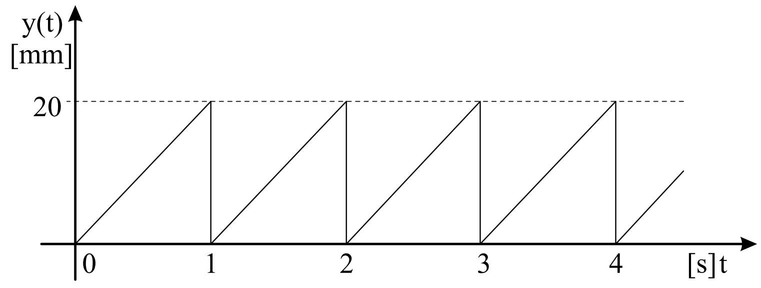
Odziv linearnega oscilatorja z eno prostostno stopnjo na periodično vzbujanje

Naloga: Določi odziv oscilatorja na dano nihanje podlage v ustaljenem stanju. Navodilo: kinematiko podlage razvijemo v Fourierjevo vrsto.



Slika 1: Oscilator.



Slika 2: Kinematika podlage.

Podatki oscilatorja:

$m = 2$ kg	masa	
$k = 1800\ \frac{N}{m}$	vzmetna konstanta	
$\delta = 0.1$	razmernik dušenja	
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = 30$ rad/s	lastna frekvenca
$d = 2\delta\omega_0 m$	$d = 12\ \frac{Ns}{m}$	koeficient dušenja
$a = 20$ mm	amplituda vzbujevalne sile	
$t = 1$ s	perioda vzbujevalne sile	

Gibalna enačba oscilatorja na sliki 1 je:

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = \frac{1}{2}ky + d\dot{y} \tag{1}$$

Vzbujevalno kinematiko podlage na sliki 2 lahko zapišemo s pomočjo Furierjeve vrste na naslednji način:

$$y(t, N) = \frac{a}{2} - \frac{a}{\pi}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{n}\sin(2\pi n t), \tag{2}$$

Aproksimirana kinematika podlage na osnovi enačbe (1), v odvisnosti od števila členov, je prikazana na sliki 3.

kjer so:

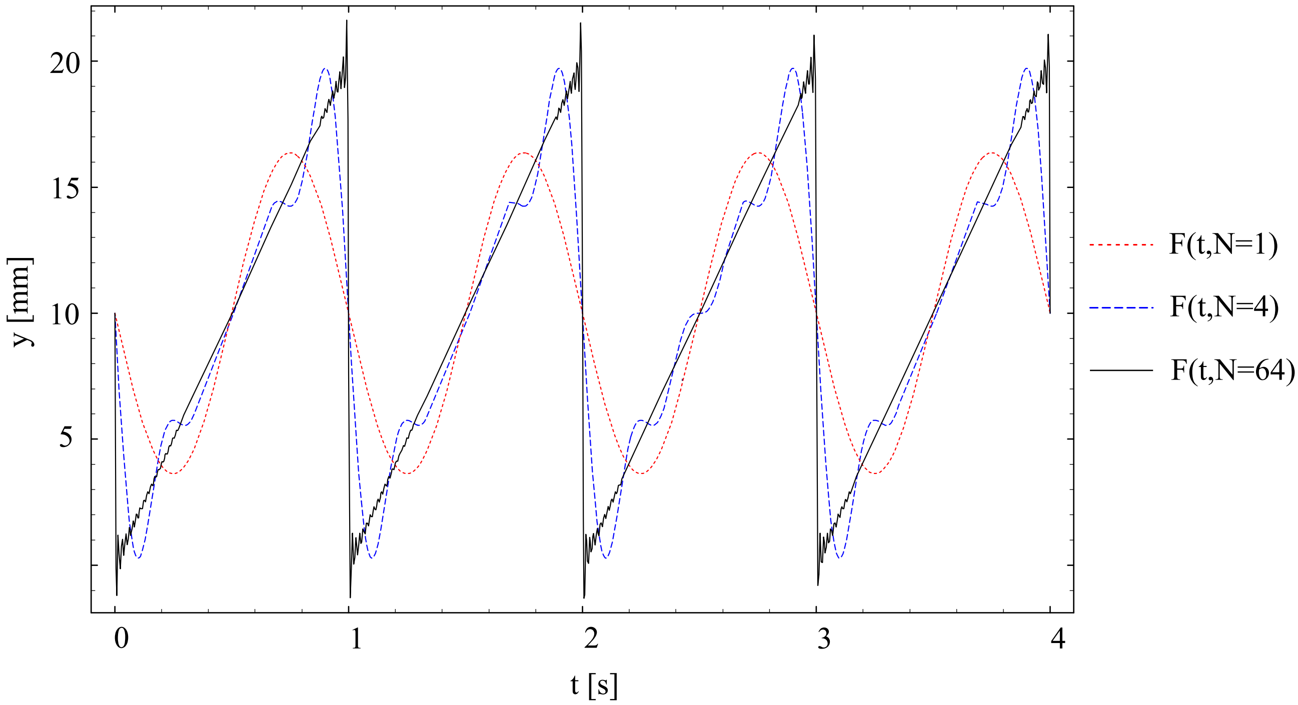
t	čas [s]
N	število členov vrste

Partikularna rešitev gibalne enačbe (1), če upoštevamo aproksimacijo kinematike podlage s Fourierjevo vrsto, je:

$$X_p(t, N) = \frac{a}{4} + \sum_{n=1}^{N}\left[C_1(n)\sin(\omega(n)t) + C_2(n)\cos(\omega(n)t)\right] + \sum_{n=1}^{N}\left[D_1(n)\sin(\omega(n)t) + D_2(n)\cos(\omega(n)t)\right], \tag{3}$$

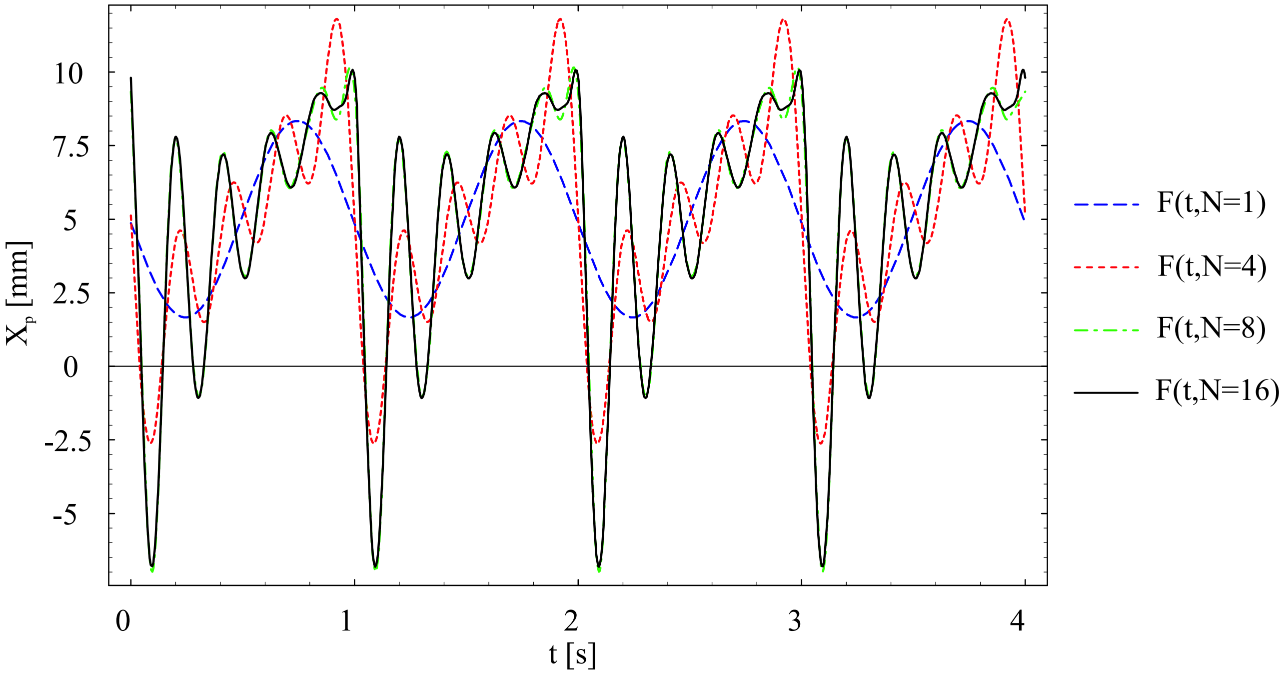
kjer so:

$$
\begin{aligned}
\omega(n) &= 2\,\pi\,n \\
Ampl\_K(n) &= -\tfrac{1}{2}\omega_0^2\,\tfrac{a}{n\,\pi} \\
Ampl\_D(n) &= -\tfrac{2\,a\,d}{m} \\
C_1(n) &= \frac{Ampl\_K(n)\left(\omega_0^2-\omega^2(n)\right)}{\left(\omega_0^2-\omega^2(n)\right)^2+(2\,\delta\,\omega_0\,\omega(n))^2} \\
C_2)(n) &= -\frac{Ampl\_K(n)\cdot 2\,\delta\,\omega_0\,\omega(n)}{\left(\omega_0^2-\omega^2(n)\right)^2+(2\,\delta\,\omega_0\,\omega(n))^2} \\
D_1(n) &= \frac{Ampl\_D(n)\cdot 2\,\delta\,\omega_0\,\omega(n)}{\left(\omega_0^2-\omega^2(n)\right)^2+(2\,\delta\,\omega_0\,\omega(n))^2} \\
D_2(n) &= \frac{Ampl\_D(n)\left(\omega_0^2-\omega^2(n)\right)}{\left(\omega_0^2-\omega^2(n)\right)^2+(2\,\delta\,\omega_0\,\omega(n))^2}
\end{aligned}
$$

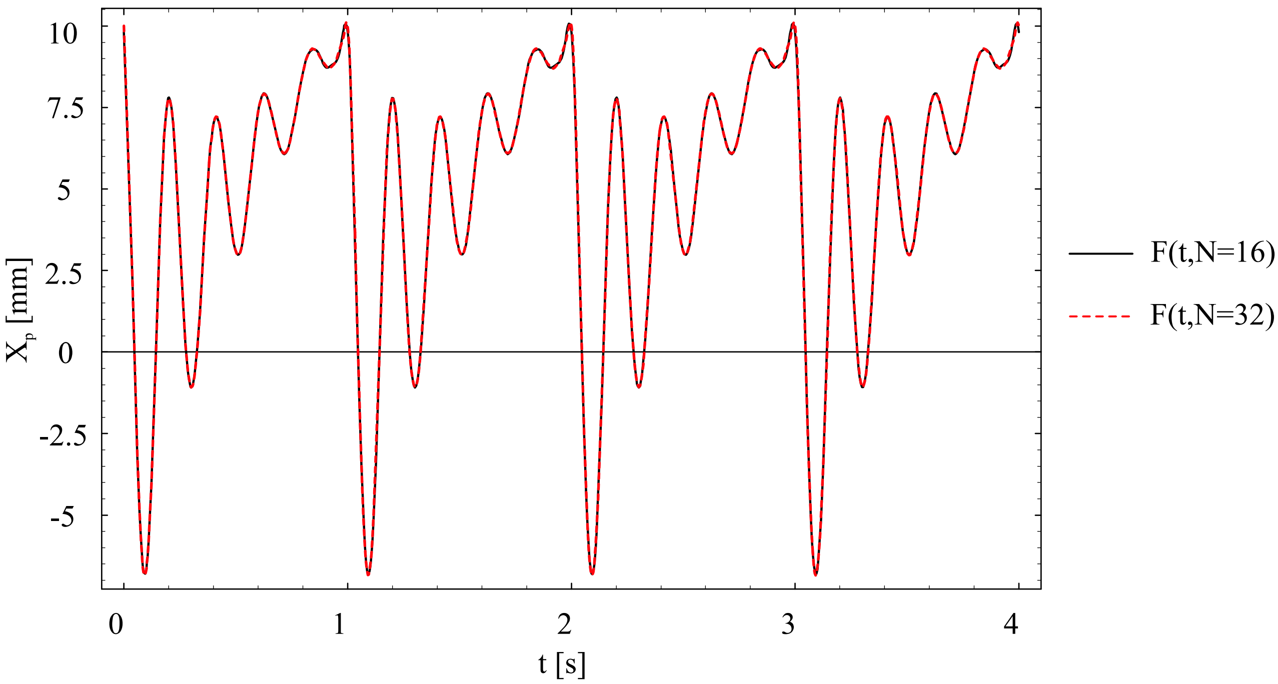


Slika 3: Kinematika podlage aproksimirana z Fourierjevo vrsto.

Vpliv števila členov vrste na partikularno rešitev prikazujeta sliki 4 in 5.



Slika 4: Odziv nihala.



Slika 5: Odziv nihala.