0 Uvod

0.1 Splošna načela

Vaje pri predmetu Biofizika predstavljajo pripravo na opazovanje pojavov, ki so pomembni pri delu zdravnikov in zobozdravnikov. Na preprostih sistemih, kot so sistemi, ki jih obravnavamo pri Praktikumu iz biofizike, se učimo, kako iz dogajanja izbrati pojav, ki se nam zdi pomemben, izmeriti relevantne količine in oceniti napako ter primerjati rezultate meritev s teoretičnimi napovedmi. Da bi povečali znanje in tako prispevali k napredku stroke, moramo znati opažanje, ki se nam zdi zanimivo, kar se da objektivno opisati in zaključke sporočiti tudi drugim, ki bi jih to lahko zanimalo. Kvalitete, ki jih želimo doseči so razumevanje pojava, zanesljivost in kritičnost pri merjenju, odnos do dela in kolegov ter prispevek k povečanju znanja vseh v skupini. Te kvalitete se odražajo pri delu v laboratoriju, pri predstavitvah rezultatov, pri katerih je razvidno razumevanje pojava, in pri izdelanem zapisu o meritvah.

Učinek našega dela v laboratoriju je v veliki meri odvisen od naše predhodne priprave. Ta priprava obsega temeljit študij pojava, ki ga bomo obravnavali in postopka merjenja. Navodila za vaje vsebujejo fizikalne osnove pojavov, ki jih bomo opazovali. Te osnove naj bi ob povprečnem predznanju iz srednje šole zadostovale zahtevam pri vajah. Če se izkaže, da z opisom pojava v navodilih iz kakršnegakoli razloga ne dosežemo zadovoljivega razumevanja, si pomagamo z učbeniki, posvetujemo pa se tudi s kolegi in učitelji.

Vaje opravljamo v skladu z objavljenim razporedom. Na vaje prihajamo točno. Če iz kakršnegakoli razloga zamudimo ali smo odsotni, se opravičimo. Na vajah pazimo, da ne motimo kolegov pri njihovem delu. Razen v primerih, ko razpored zahteva, da določeno vajo izvajamo skupaj s kolegom, vajo izvajamo sami. Če merimo skupaj s kolegom, pazimo na to, da so merilni inštrumenti dostopni obema. Pomagamo si med seboj, da bi dosegli čimboljši učinek. Če česa ne razumemo, vprašamo vodjo vaj. Zapisu o meritvah pravimo protokol. Zaradi preglednosti in jasnosti oblike protokola upoštevamo navodila, ki jih da vodja vaj.

0.2 Merjenje

Pri merjenju sledimo navodilom za vaje. V navodilih so navedene potrebščine, ki jih bomo uporabljali pri merjenju. Spoznamo se z merilnimi inštrumenti. Zavedati se moramo zmožnosti in omejitev merilnih inštrumentov. Zapišemo podatke o vsakem merilnem inštrumentu: vrsto inštrumenta, merilni obseg, natančnost. Pred meritvijo premislimo, kako naj bi potekala in kako bomo zapisovali meritve. Pojav najprej dobro opazujemo. Opazovani pojav izmerimo nekajkrat, da ugotovimo, ali je meritev ponovljiva. Merimo v skladu s tem, kar zahtevajo navodila, in zapisujemo meritve. Pri merjenju zapisujemo vse dobljene meritve in se ne oziramo na svoja pričakovanja. Kar smo izmerili in zapisali, je rezultat našega dela, ki smo ga opravili po najboljših močeh, in zato pomemben prispevek k obravnavanju izbranega pojava. Zapiskov, ki so nastali pri merjenju, ne smemo spreminjati, dopolnjevati, brisati ali prepisovati "na čisto". Zato zapisujemo s pisalom, ki se ga ne da brisati. Če med merjenjem ugotovimo, da se nam določena meritev ni posrečila, zapišemo pri tej meritvi, kaj se je zgodilo, meritve pa vnaprej ne zavržemo. Zapisujemo tudi različne zanimivosti in okoliščine, ki vplivajo na meritev.

Z inštrumenti ravnamo previdno. Če pride do okvare, javimo dežurnemu tehničnemu sodelavcu ali vodji vaj. Pri nekaterih vajah opazujemo elektromagnetne pojave, za kar moramo pred merjenjem zvezati inštrumente v električni krog. Preden začnemo meriti, pokličemo tehničnega sodelavca ali vodjo vaj, ki bo preveril, ali so inštrumenti pravilno zvezani. Šele potem smemo priključiti vezje na vir električne napetosti. Po končani meritvi pospravimo potrebščine. Vodja vaj potrdi s podpisom pravilno opravljene meritve.

0.3 Analiza meritev

Pri analizi sledimo navodilom. Izračunamo količine, ki jih zahteva naloga. Meritev in iz njih izračunanih količin ne mešamo med seboj, zato izračunanih količin ne zapisujemo k meritvam. V primeru grobih napak, ko nekatere meritve izključimo iz analize, navedemo razloge, zakaj smo določeno meritev zavrgli.

Če to zahteva naloga, narišemo diagrame in jih nalepimo v zapis analiza meritev. Diagrami morajo biti pregledni in primerne velikosti. Predvsem ne smejo biti premajhni. Diagramov, če je le mogoče, ne prepogibamo, zlagamo ali obračamo. Rišemo na milimetrski papir. Narišemo ordinato in absciso, označimo količine, ki jih nanašamo, in navedemo enote. Potem vnesemo v diagram merske točke. Diagram naj bo dovolj velik, da so merske točke in krivulje, ki jih predvideva teorija, jasno razločljive. V ta namen izberemo tudi primerni skali, tako da merske točke zavzemajo čimvečjo površino diagrama. V primeru, da količin ne bomo ekstrapolirali do nič, se skala na diagramu lahko začne tudi z neko vrednostjo, ki je različna od nič. Skala naj bo ekvidistančna in naj vsebuje primerno gostoto številk, da lahko z lahkoto določimo vrednost katerekoli točke na diagramu. Merske točke in oznake na diagramu morajo biti dobro vidne. Pod diagram zapišemo naslov diagrama, oziroma zapišemo, kaj prikazuje. Če na diagram rišemo krivuljo, ki jo napoveduje teorija, pazimo, kakšne oblike mora biti ta krivulja (premica, eksponentna krivulja, ipd). Ujemanje merskih točk in krivulje namreč ponazarja ujemanje med meritvijo in teoretično napovedjo. Merskih točk ne povezujemo med seboj z grbastimi krivuljami ali lomljenimi črtami.

Včasih naloga zahteva izračun naklonskega koeficienta premice z diagrama. Na diagramu izberemo dve točki na premici, ki se najbolje prilega merskim točkam, zapišemo koordinati obeh točk in nastavimo račun, iz katerega je razvidno, kako smo izračunali naklonski koeficient. Določanje naklonskega koeficienta je podrobno razloženo v poglavju 0.6. Pazimo na enote, ki jih pišemo tudi v račune.

Če rezultate analiziramo z računalniškim programom, podatke, ki smo jih vnesli v računalnik, natiskamo in nalepimo v zapis analiza meritev. Pri vnašanju podatkov v računalnik pogosto pride do napak. Zato natančno preverimo, da se podatki, vnešeni v računalnik, ujemajo z zapiski o meritvah. Diagrami, ki jih izdelamo z računalniškim programom, naj razen merskih točk in teoretičnih krivulj ne vsebujejo podatkov o analizi, ki jih ne potrebujemo. Na diagramih, ki jih nalepimo v zapis analiza meritev, naj bodo samo tisti podatki, ki jih zahteva naloga, in ki bi jih navedli tudi v primeru, da bi meritve analizirali brez uporabe računalniškega programa. Včasih je ugodno, da del analize naredimo z računalniškim programom (na primer narišemo merske točke), del pa "peš" (izberemo najugodnejšo premico, ki poteka skozi merske točke, določimo naklonski koeficient, vnesemo tekst).

Dobljeni rezultat, ki ga zahteva naloga, kritično ovrednotimo. Če rezultat znatno odstopa od smiselnega, preverimo celoten postopek. Če ne najdemo napake v postopku, poskusimo poiskati vzrok za odstopanje ali pa predlagamo meritev ali spremembo teorije, ki bi razjasnila ta vzrok. O tem poročamo v protokolu.

0.4 Napake

Ko določamo neko količino z merjenjem, delamo napake. Tega se običajno zavemo šele, ko ne dobimo enakih vrednosti, če meritev večkrat ponovimo.

Napake izvirajo iz različnih virov: napake zaradi izbire metode, napake zaradi spremenljivih pogojev v okolici, napake, ki izhaja iz presoje in delovanja osebe, ki meri, in napake zaradi omejenosti inštrumentov.

- Napake zaradi izbire metode: na primer, pri merjenju razdalje, ki jo premosti neko telo, ki se giblje z neko konstantno hitrostjo, lahko izmerimo čas potovanja. Pri tem je meritev časa obremenjena z napako, lahko pa nastopijo tudi težave pri vzdrževanju konstantne hitrosti. Druga metoda je, da pot izmerimo direktno, na primer z merilnim trakom. V tem primeru lahko na natančnost merilnega traku vpliva na primer temperatura okolja. Smiselno je izbrati tisto metodo, pri kateri bo napaka predvidoma manjša.

- Napake zaradi spremenljivih pogojev v okolici: spreminjanje temperature, vlažnosti, velikosti električnega in magnetnega polja ipd.

- Napake, ki izhajajo iz presoje in delovanja osebe, ki meri: te so lahko zaradi površnosti in nepazljivosti, ali pa pogojene (slabi refleksi, barvna slepota). Pri odčitavanju vrednosti lahko pride do napake, če ne gledamo pravokotno na skalo inštrumenta. Govorimo o napaki zaradi paralakse - odčitana vrednost je odvisna od položaja očesa. Napaka, ki jo pripišemo osebi, je tudi, če inštrumenti pred meritvijo niso pravilno nastavljeni na ničelno ali referenčno vrednost.

- Napake zaradi omejenosti inštrumentov: natančnost meritve je omejena z natančnostjo, ki jo omogočajo inštrumenti. Napake zaradi omejenosti inštrumentov lahko izvirajo tudi iz tega, da inštrumentov ne uporabljamo pod pogoji, pod katerimi je njihovo delovanje optimalno, ali pa inštrumenti niso pravilno umerjeni. Pri inštrumentih lahko pride tudi do okvare ali izrabljenosti.

Napakam pri merjenju se ne moremo izogniti. Pomembno pa je, da poleg vrednosti izmerjene količine vemo, kako natančno je vrednost te količine izmerjena. Lahko si zamislimo, kaj bi pomenilo, če bi merili telesno temperaturo z metodo, kjer bi bila napaka nekaj stopinj.

0.5 Ocena napake

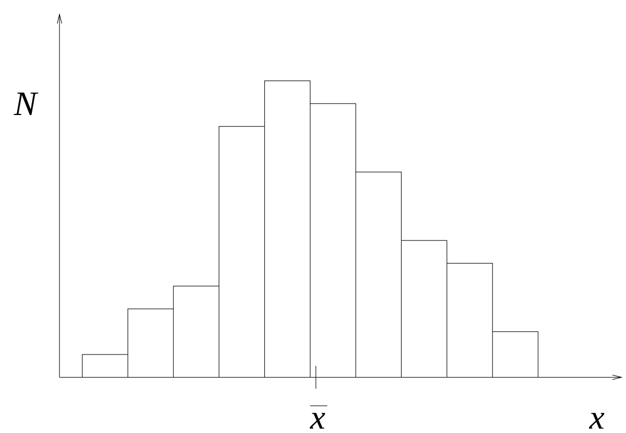
Kot smo spoznali v prejšnjem poglavju, nujno potrebujemo oceno, kolikšna je napaka pri določanju izbrane količine. V ta namen razvrstimo napake v naključne, sistemske in grobe napake.

- Naključne napake: če meritev večkrat ponovimo, ugotovimo, da ne dobimo pri vsaki meritvi vedno iste vrednosti. Vrednosti posameznih meritev (x_i) so razporejene okrog povprečne vrednosti

$$\overline{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n)\,, \tag{0.1}$$

kjer je n število meritev.

Da prikažemo porazdelitev izmerjenih vrednosti na diagramu, razdelimo območje, znotraj katerega ležijo vse izmerjene vrednosti, na ustrezno število enakih intervalov, ki jim pravimo razredi. Preštejemo, koliko izmerjenih vrednosti leži znotraj posameznega razreda. Števila izmerjenih vrednosti, ki pripadajo določenemu razredu, ponazorimo na diagramu z višinami stolpcev. Takemu diagramu pravimo histogram (slika 0.1).

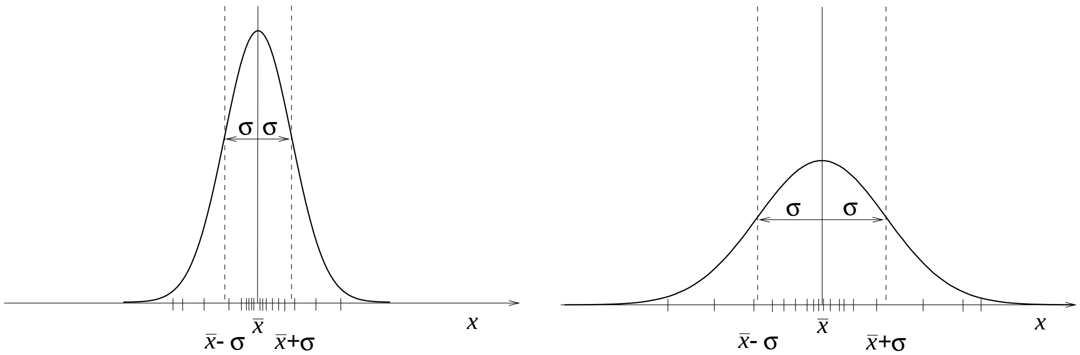


Slika 0.1: *Histogram izmerjenih vrednosti. Število izmerjenih vrednosti (N), ki ležijo v določenem intervalu (razredu), ustreza višini pripadajočega stolpca.*

Če imamo veliko število meritev, se oblika histograma naključnih napak približa obliki Gaussove krivulje (slika 0.2):

$$G(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2}}, \tag{0.2}$$

kjer je σ standardna deviacija (efektivni odmik) meritve od povprečne vrednosti.



Slika 0.2: *Gaussovi krivulji prikazujeta obliki porazdelitev za posamezne vrednosti izmerjenih meritev. Vrednosti posameznih meritev so razporejene okrog povprečne vrednosti ($\bar{x}$). V območju [$\overline{x}-\sigma, \overline{x}+\sigma$] leži približno 2/3 vseh meritev. Meritev na desni strani je primer načina merjenja s širšo porazdeljenostjo posameznih meritev, torej z večjo naključno napako. Zaradi nazornejše predstavitve smo s črticami označili vrednosti posameznih meritev.*

V območju [$\overline{x}-\sigma, \overline{x}+\sigma$] leži približno 2/3 vseh meritev. Tako je vrednost $\bar{x}$ najboljši približek za "pravo vrednost"*, kakor tudi σ smiselno merilo za porazdeljenost (zanesljivost, ponovljivost) posameznih meritev, ki izvirajo iz naključnih napak (slika 0.2). Rezultat meritev podamo z enačbo

$$x = \bar{x} \pm \sigma \,, \tag{0.3}$$

ki vsebuje povprečno vrednost in standardno deviacijo. Za končno število meritev (n) izračunamo standardno deviacijo z enačbo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2+...+(x_n-\overline{x})^2\right]} \,. \tag{0.4}$$

Standardna deviacija je dobro določena, če imamo veliko število meritev ($n \gg 10$). Pri majhnem številu meritev, ko niti risanje histograma ni smiselno, je določitev standardne deviacije posameznih meritev z Gaussovo porazdelitvijo le približek.

Da se izognemo računanju vrednosti σ po enačbi (0.4), lahko določimo standardno deviacijo kar s preštevanjem. V ta namen izberemo tako vrednost σ, da bo na intervalu med $\overline{x}-\sigma$ in $\overline{x}+\sigma$ približno 2/3 vseh meritev.

Z večanjem števila ponavljanj meritve se standardna deviacija, ki je merilo za naključno napako posamezne meritve, ne zmanjša, zmanjša pa se odstopanje povprečne vrednosti ($\bar{x}$) od "prave vrednosti" merjene količine. To odstopanje opišemo z izrazom:

$$\sigma_{\mathrm{s}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \,. \tag{0.5}$$

* "Pravo vrednost" bi dobili s povprečenjem neskončnega števila meritev.

Slika 0.3: *Črtice označujejo posamezne vrednosti izmerjenih meritev. S prvim načinom merjenja dobimo manjše vrednosti posameznih meritev v primerjavi z drugim načinom. Vidimo, da je naključna napaka pri prvem načinu merjenja večja kot pri drugem. Krogec označuje pravo vrednost (x_p) merjene količine, $\bar{x}_1$ je povprečna vrednost, dobljena s prvim načinom merjenja, $\bar{x}_2$ pa je povprečna vrednost, dobljena z drugim načinom merjenja. Ker je povprečna vrednost prvega načina merjenja bližje pravi vrednosti, ima prvi način merjenja manjšo sistemsko napako, ki je primerljiva s standardno deviacijo tega načina merjenja. Sistemska napaka drugega načina merjenja ($\bar{x}_2 - \bar{x}_\mathrm{p}$) je veliko večja od pripadajoče standardne deviacije.*

Količini σ_s, ki se uporablja kot merilo za oceno natančnosti povprečne vrednosti zaradi naključne napake, pravimo napaka povprečja. Verjetnost, da bo $\bar{x}$ v intervalu [“prava vrednost” merjene količine $-\sigma_\mathrm{s}$, “prava vrednost” merjene količine $+\sigma_\mathrm{s}$], je enaka 2/3. Torej, za rezultat merjenja “prave vrednosti” količine podamo povprečno vrednost in napako povprečja:

$$x = \bar{x} \pm \sigma_\mathrm{s}\,. \tag{0.6}$$

- Sistemske napake: pri različnih načinih merjenja lahko dobimo različne razultate, katerih povprečne vrednosti se razlikujejo bolj kot napovedujejo ocene naključnih napak. Take razlike nastanejo zaradi napak v sistemu merjenja. Teh napak ne moremo odpraviti s ponavljanjem meritev z istim sistemom. Pravimo, da je način merjenja z manjšo sistemsko napako bolj točen. Sistemsko napako moremo oceniti le z drugimi načini merjenja. Kot primer lahko navedemo merjenje površinske napetosti (vaja 2), ki jo merimo s kapilaro in torzijsko tehtnico, pri čemer lahko dobimo veliko razliko med povprečnima vrednostima pri majhnih naključnih napakah. Ni nujno, da način merjenja z manjšo naključno napako da povprečno vrednost, ki je bliže pravi vrednosti (slika 0.3).

- Grobe napake: so vrednosti meritev, ki zelo odstopajo od ostalih merskih vrednosti pri istem načinu merjenja. So plod grobih trenutnih nepazljivosti in jih zato pri analizi meritev izločimo.

Standardna deviacija (σ) in napaka povprečja (σ_s) določata napako absolutno, saj imata isto enoto kot količina x (enačbi (0.3) in (0.6)). Relativno napako, ki je brez enote, dobimo, če absolutno napako delimo s povprečno vrednostjo: $\sigma/\overline{x}$ ali $\sigma_\mathrm{s}/\overline{x}$.

Pri določanju celotne napake upoštevamo naključno napako povprečne vrednosti in, če je možno, ocenjeno sistemsko napako*. Pri točnih načinih merjenja je celotna napaka približno enaka σ_s.

Rezultat merjenja navedemo z natančnostjo, ki jo dopušča celotna napaka. Govorimo o številu signifikantnih (od 0 različnih) števil v rezultatu. Če smo npr. izračunali, da je povprečna vrednost in celotna napaka (absolutna oziroma relativna) merjene količine enaka:
$x = 2,35142$ m $\pm 0,12738$ m oziroma $x = 2,35142\,(1 \pm 0,054171522)$ m,
napišemo rezultat kot:
$x = 2,35$ m $\pm 0,13$ m oziroma $x = 2,35\,(1 \pm 0,05)$ m.

Rezultat, ki nas zanima, je včasih odvisen od več izmerjenih količin. V tabeli 0.1 navajamo, kako ocenimo napako količine, ki nas zanima, če v enačbi, ki jo uporabljamo za izračun, nastopata dve izmerjeni količini s povprečnima vrednostima $\bar{x}$ in $\bar{y}$ z absolutnima napakama $\triangle x$ in $\triangle y$. Pri množenju in deljenju dveh količin se njuni relativni napaki seštejeta.

Tabela 0.1: *Izraračun absolutnih in relativnih napak pri seštevanju, odštevanju, množenju in deljenju dveh količin (x in y).*

operacija	absolutna napaka	relativna napaka
$\overline{x} + \overline{y}$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{\overline{x} + \overline{y}}$
$\overline{x} - \overline{y}$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{\lvert\overline{x} - \overline{y}\rvert}$
$\overline{xy}$	$\overline{y}\Delta x + \overline{x}\Delta y$	$\frac{\Delta x}{\lvert\overline{x}\rvert} + \frac{\Delta y}{\lvert\overline{y}\rvert}$
$\frac{\overline{x}}{\overline{y}}$	$\frac{\overline{y}\Delta x + \overline{x}\Delta y}{\overline{y}^2}$	$\frac{\Delta x}{\lvert\overline{x}\rvert} + \frac{\Delta y}{\lvert\overline{y}\rvert}$

0.6 Določanje lege premice, ki se najbolje prilega meritvam

Na zgledu praznjenja kondenzatorja pokažemo, kako določamo parametra premice (k in n), ki opisuje spreminjanje logaritma napetosti od časa. V koordinatnem sistemu, kjer sta x neodvisna in y odvisna spremenljivka, ima enačba premice obliko

$$y = kx + n\,. \tag{0.7}$$

*Kadar lahko ocenimo sistemsko napako, izračunamo celotno napako ($\triangle x$) z upoštevanjem sistemske napake ($\sigma_{\rm sis}$) in naključne napake povprečne vrednosti ($\sigma_{\rm s}$) po enačbi

$$\Delta x = \sqrt{\sigma_{\rm sis}^2 + \sigma_{\rm s}^2}\,.$$

Praznjenje kondenzatorja je podrobno razloženo pri vaji številka 10. Tukaj samo na kratko definiramo problem in zapišemo tudi enačbe, ki so pomembne za analizo.
OSNOVE: V električnem krogu sta povezana kondenzator s kapaciteto C in upor z upornostjo R, kot kaže slika 10.2 na strani 91. V času $t = 0$ je kondenzator nabit in ima začetno napetost U_0, s časom pa se kondenzator prazni preko upora in napetost na njem pada po enačbi

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \tag{0.8}$$

kot je izpeljano v poglavju 10.2. Če enačbo 0.8 delimo z U_0 in logaritmiramo, dobimo $\ln U/U_0 = -t/\tau$. Če upoštevamo še zvezo $\ln U/U_0 = \ln U - \ln U_0$, lahko zapišemo linearno enačbo za spreminjanje logaritma napetosti od časa v obliki

$$\ln U = -\frac{1}{\tau} \cdot t + \ln U_0 \,, \tag{0.9}$$

kjer je $-1/\tau$ naklonski koeficient premice in $\ln U_0$ logaritem začetne napetosti v času $t = 0$.
NALOGI: Določite začetno napetost (U_0) in karakteristični čas praznjenja kondenzatorja (τ).
MERITVE: Na voltmetru opazujemo, kako se napetost spreminja s časom. Izmerjene čase zapisujemo v tabelo pri izbranih vrednostih napetosti (tabela 0.2). Meritev praznjenja kondenzatorja izvedemo trikrat.

Tabela 0.2: *Izmerjeni časi pri izbranih vrednostih napetosti na kondenzatorju.*

U [V]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]
11	4	3	3
10	7	7	8
9	9	10	10
8	13	11	12
7	23	20	21
6	32	29	29
5	39	36	37
4	47	46	46
3	58	59	56
2	81	80	82

ANALIZA: Najprej pri izbranih napetostih izračunamo ustrezne vrednosti logaritmov in povprečne čase (tabela 0.3). Nato izračunane vrednosti vnesemo v ustrezen diagram (slika 0.4).

Ker ležijo merske točke na diagramu približno v ravni črti in ker teorija napoveduje, da se logaritem napetosti na kondenzatorju linearno spreminja s časom, lahko na diagramu narišemo premico, ki opisuje to spreminjanje. Premica najbolje opisuje spreminjanje, ko

Tabela 0.3: *Povprečni časi in logaritmi napetosti pri izbranih vrednostih napetosti merjanja.*

U [V]	$\bar{t}$ [s]	$\ln U$
11	3,3	2,40
10	7,3	2,30
9	9,7	2,20
8	12	2,08
7	21,3	1,94
6	30	1,79
5	37,3	1,61
4	46,3	1,39
3	57,7	1,10
2	81	0,69

se odmiki točk na obeh straneh premice "odtehtajo"*.

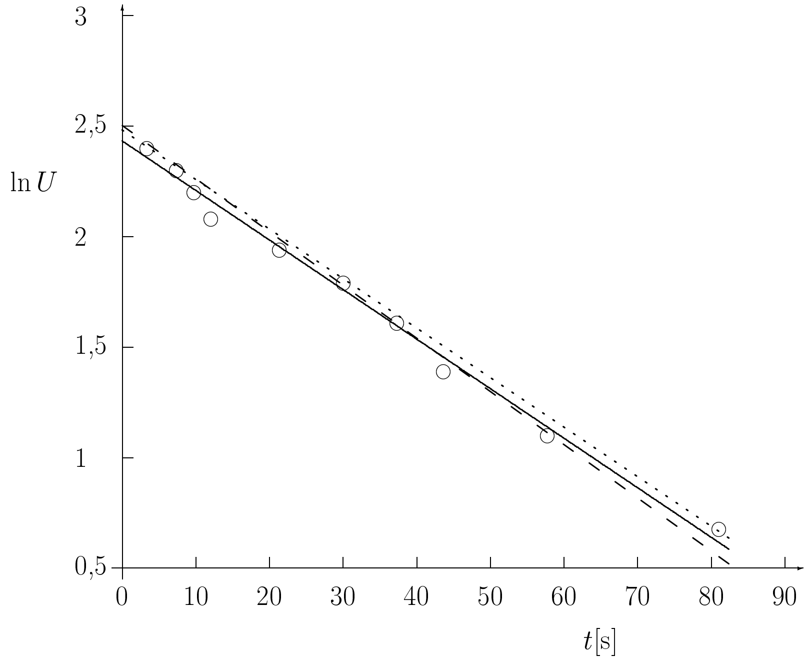
Na sliki 0.4 je pravilno spreminjanje opisano s polno črto. Pri risanju premic lahko pride do napak. Črtkana črta opisuje odvisnost logaritma napetosti s prevelikim naklonom. Ta odvisnost je slabo opisana s črtkano črto, čeprav točke ležijo na obeh straneh črte. Namreč, točke so v povprečju bolj oddaljene od črtkane črte kot od polne. Pikčasta črta opisuje odvisnost logaritma napetosti z enakim naklonom kot polna. Tudi v tem primeru je odvisnost slabo opisana, ker večina točk leži pod črto.

Začetno napetost na kondenzatorju in karakteristični čas praznjenja izračunamo iz narisane premice, ki se najbolje prilega točkam. Torej s pomočjo polne črte razberemo, da je naravni logaritem napetosti pri $t = 0$ enak 2,43. Po antilogaritmiranju sledi, da je začetna napetost 11,4 V. Standardno deviacijo začetne napetosti lahko približno ocenimo, če narišemo dve dodatni premici z enakim naklonom kot polna črta tako, da je med dodatnima premicama 2/3 vseh točk. Razlika logaritmov začetnih vrednosti napetosti za dodatni premici je 2σ. V našem primeru predstavlja približno zgornjo dodatno premico pikčasta črta. Pri $t = 0$ je napetost, ki ustreza pikčasti krivulji, enaka 12,2 V, kar je za 0,8 V nad srednjo vrednostjo. Ta razlika predstavlja standardno deviacijo. Zato je relativna napaka pri merjenju začetne napetosti enaka

$$\frac{\Delta U_0}{U_0} = \frac{0,8\mathrm{V}}{11,4\mathrm{V}} = 7\% \,. \tag{0.10}$$

Naklonski koeficient izračunamo s pomočjo dveh točk, ki ležita na polni črti. Izbrani točki naj ne ležita preblizu skupaj, da ne naredimo prevelike napake pri odštevanju. V našem primeru lahko poleg točke pri $t = 0$ ($t_1 = 0$ s, $\ln U_1 = 2,43$) izberemo še točko pri

*Bolj natančno definiramo lego premice s pogojem, da je vsota kvadratov oddaljenosti točk od nje najmanjša.



Slika 0.4: *Odvisnost naravnega logaritma napetosti na kondenzatorju, ki se prazni preko upora, od časa.*

$t = 80$ s ($t_2 = 80$ s), kjer je vrednost naravnega logaritma enaka 0,63 ($\ln U_2 = 0,63$). V izbranih točkah upoštevamo zvezo med časom in logaritmom napetosti (enačba 0.9):

$$\ln U_1 = -\frac{t_1}{\tau} + \ln U_0 \text{ in } \ln U_2 = -\frac{t_2}{\tau} + \ln U_0 \,. \tag{0.11}$$

Z izločitvijo logaritma začetne napetosti ($\ln U_0$) iz slednjih enačb lahko izračunamo naklonski koeficient

$$k = \frac{\ln U_2 - \ln U_1}{t_2 - t_1} = \frac{0,63 - 2,43}{80 \text{ s}} = -0,0225 \text{ s}^{-1} \,, \tag{0.12}$$

karakteristični čas praznjenja kondenzatorja pa je

$$\tau = -\frac{1}{k} = 44,4 \text{ s} \,. \tag{0.13}$$

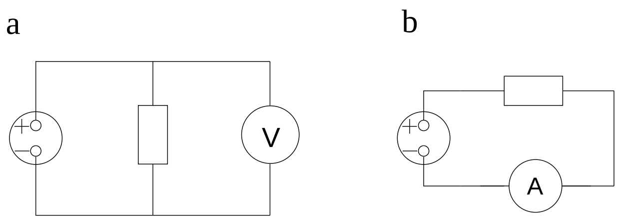
Standardno deviacijo naklonskega koeficienta pa ocenimo z še eno dodatno premico tako, da njen naklon ne odstopa pretirano od naklona črte merskih točk. V našem primeru je naklon črtkane črte še sprejemljiv. Njen naklonski koeficient je 0,0246 s^{-1}, torej je relativna napaka za koeficient k

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{0,0246 \text{ s}^{-1} - 0,0225 \text{ s}^{-1}}{0,0225 \text{ s}^{-1}} = 0,093 \,. \tag{0.14}$$

Ker je čas τ negativna recipročna vrednost koeficienta k, je relativna napaka časa τ enaka relativnai napaki koeficienta k, kot je razvidno iz tabele na strani 8.
REZULTATA: Začetna napetost na kondenzatorju je: $U_0 = 11,4(1 \pm 0,07)$ V, karakteristični čas za praznjenje kondenzatorja pa je: $\tau = 44,4(1 \pm 0,093)$ s.

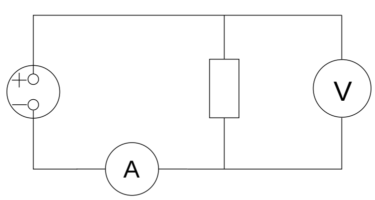
0.7 Merjenje električne napetosti in toka ter upornosti

Pri električnih vezjih merimo napetost med dvema točkama ali tokove v vezjih. Ko merimo napetost na uporu vežemo voltmeter vzporedno z uporom (sl. 0.5a). Na ta način je napetost, ki žene električni tok skozi upor, enaka napetosti med priključoma voltmetra. Ko merimo električni tok skozi upor, vežemo ampermeter zaporedno za ali pred uporom (sl. 0.5b). V tem primeru teče ves tok, ki teče skozi upor, tudi skozi ampermeter.



Slika 0.5: *Vezava voltmetra (a) in ampermetra (b) pri merjenju napetosti na uporu in toka skozi upor.*

Problem, ki nastane pri merjenju, je v tem, da se vezje spremeni pri vezavi voltmetra ali ampermetra. Ko merimo z voltmetrom, gre del toka skozi voltmeter, ko merimo z ampermetrom, pa se tok nekoliko zmanjša zaradi upornosti ampermetra. Zato pri merjenju izmerimo napetost ali tok za spremenjeno vezje. Da bi im manj spremenili lastnosti vezja, imajo ampermetri majhno upornost. Če bi vezali ampermeter vzporedno z uporom, bi stekel skozi ampermeter zaradi majhne upornosti velik tok, ki bi ga poškodoval.



Slika 0.6: *Merjenje upornosti.*

Upornost lahko merimo posredno, tako da hkrati izmerimo tok, ki teče skozi upor, in napetost na uporu, kot prikazuje slika 0.6. Nato upornost izračunamo po *Ohmovem zakonu.*