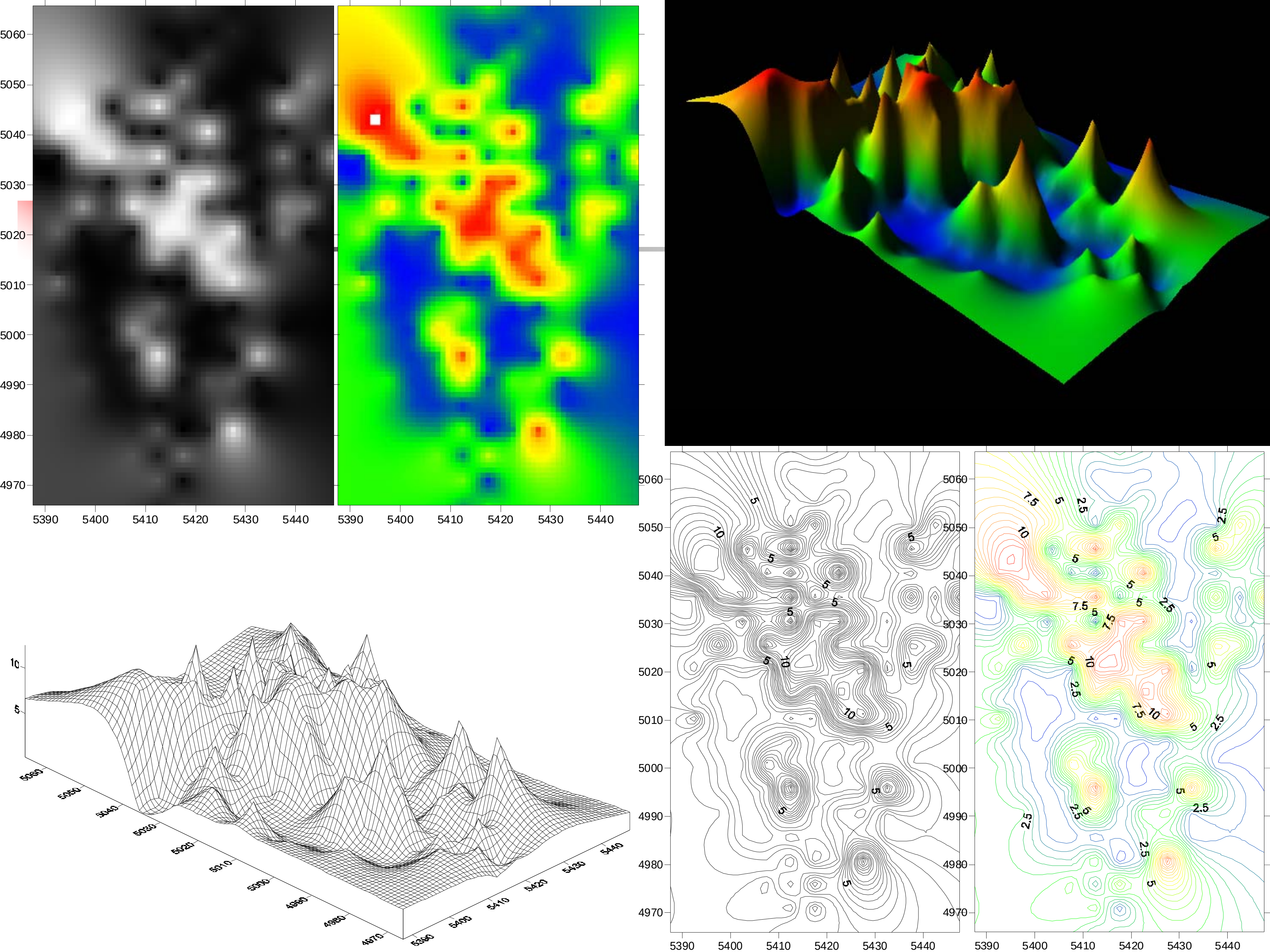
7.2. GRAFIČNI PRIKAZ PROSTORSKIH PODATKOV

- Vrednosti merjene spremenljivke *z*, vzorčene v posameznih lokacijah – kontrolnih točkah, uporabimo za izdelavo modela ali ocene vrednosti spremenljivke na celotni površini.
- Gladko površino podamo tako, da določimo *z* vrednosti za veliko število *x*, *y* koordinat. Zaobljenost dosežemo z zadostno bližino točk.

7.2. GRAFIČNI PRIKAZ PROSTORSKIH PODATKOV

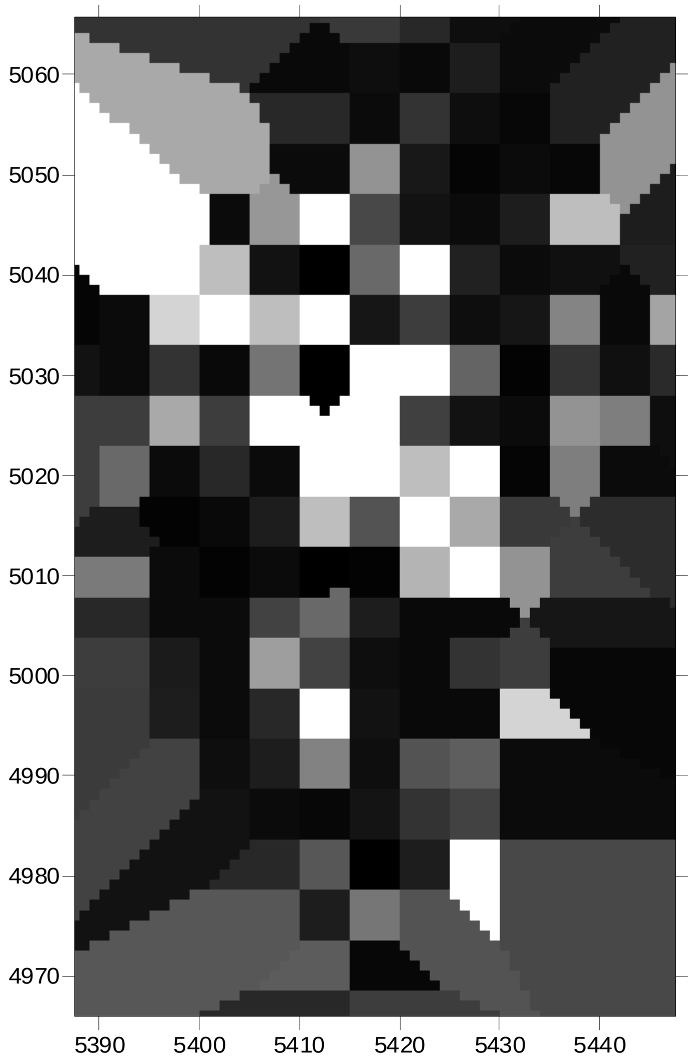
- Najprej je iz podatkov potrebno izračunati mrežne točke, na osnovi katerih izdelamo karto.
- Grafični prikaz lahko temelji na:
  - Rasterskem barvnem kodiranju
  - 3D projekciji
  - Izolinijah

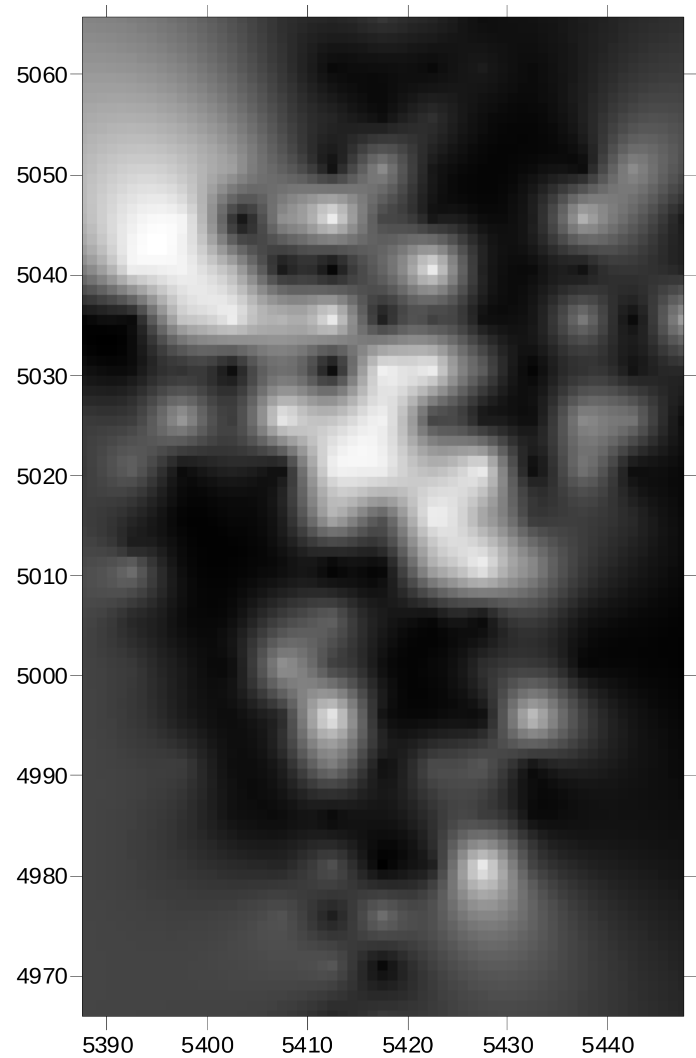


5060
5050
5040
5030
5020
5010
5000
4990
4980
4970
5390
5400
5410
5420
5430
5440
10
7.5
5
2.5

7.2.1. Rastrsko barvno kodiranje

- Vsaki mrežni celici pripišemo ustrezno barvo ali odtenek.
- Rezultat je kvadratast, kadar je število celic majhno.





7.2.2. Tridimenzionalna projekcija
7.2.2.1. Vrste projekcije

- Razpored x, y mrežnih točk, v katerih so ocenjene vrednosti z, lahko v tlorisu povežemo z ravnimi črtami v mrežo – model žičnega okvirja (wireframe).
- Projekcije so definirane z enačbami, ki povezujejo tri dimenzije podatkov, *x*, *y* in *z*, z dvema dimenzijama X, Y, papirja ali računalniškega zaslona.

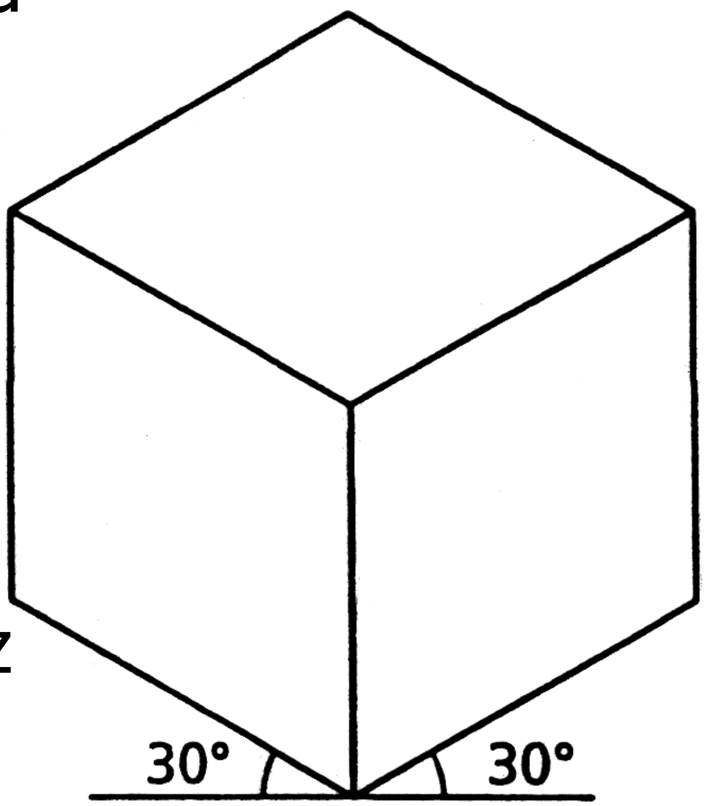
7.2.2.1.1. Izometrična projekcija

- x in y smeri mreže potekata pod kotom 30^0 od horizontale, vendar z merilnima lestvicama , v enakih razmerjih.
- Novi dvodimenzionalni koordinati izračunamo:

$$X = k_1(x \cdot \cos 30^0 - y \cdot \cos 30^0)$$

$$Y = k_1(x \cdot \sin 30^0 - y \cdot \sin 30^0) + k_2 \cdot z$$

- k_1 in k_2 sta konstanti, izbrani tako, da je merilna lestvica ustrezna.

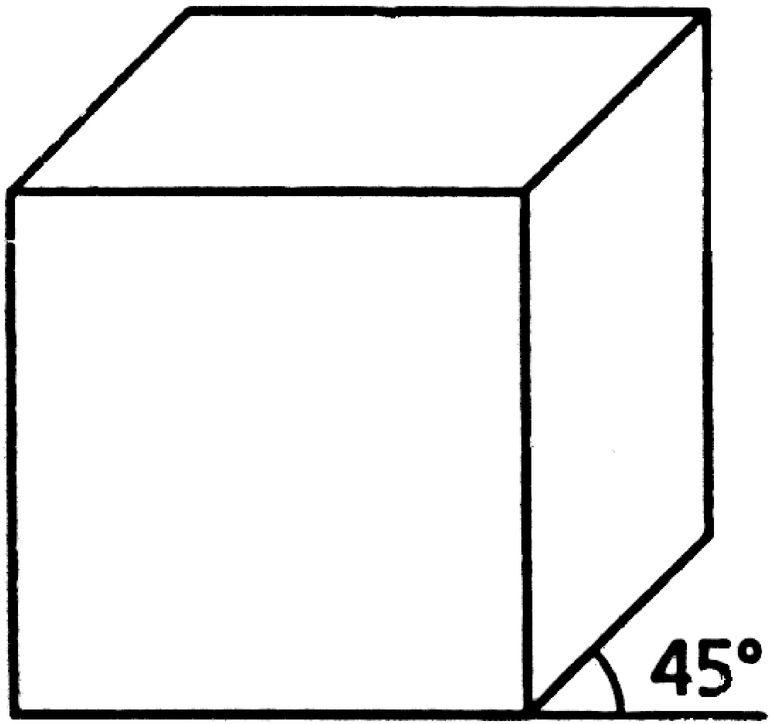


7.2.2.1.2. Poševna (nagnjena) projekcija

- Mrežne smeri x so vodoravne, y pa pod kotom 45^0.
- Učinek skrajšanja perspektive izničimo tako, da glede na x, razplovimo merilno lestvico y:

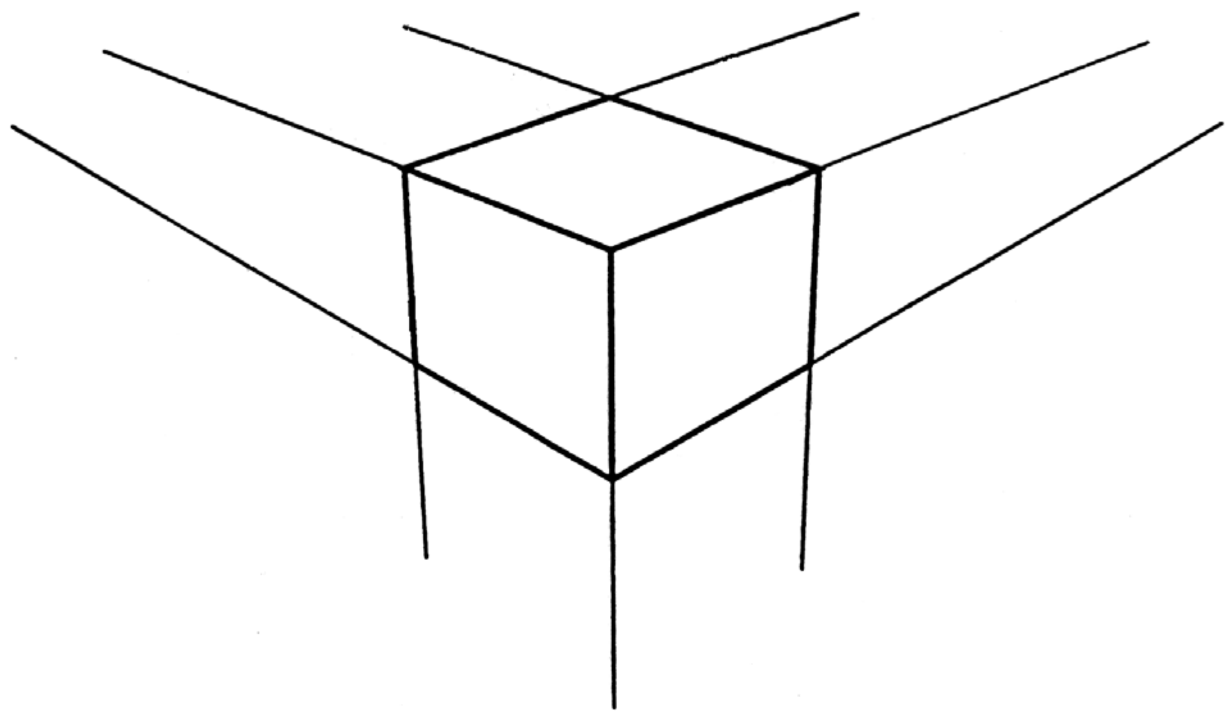
$$X = k_1 x + (k_1/2)\cdot y\cdot \cos 45^0$$

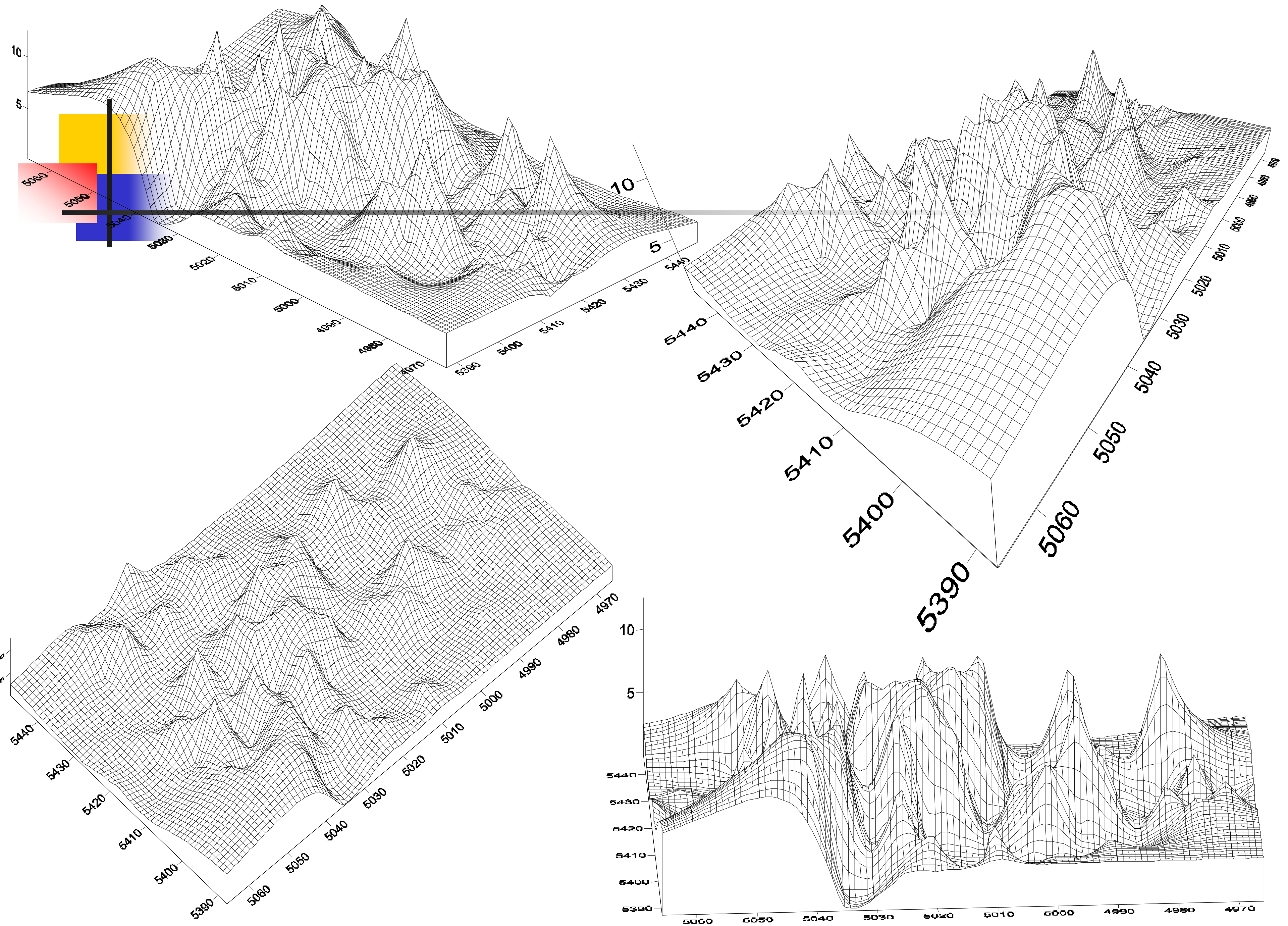
$$Y = k_2 x + (k_1/2)\cdot y\cdot \sin 45^0$$



7.2.2.1.3. Izdelava perspektive

- Prava perspektiva se od izometrične in poševne konstrukcije razlikuje po tem, da mrežne linije niso vzporedne, temveč se stekajo proti nevidni točki v daljavi.
- Oddaljenosti x, y in z vzdolž linij niso stalne, temveč se z oddaljenostjo od opazovalca zmanjšujejo.





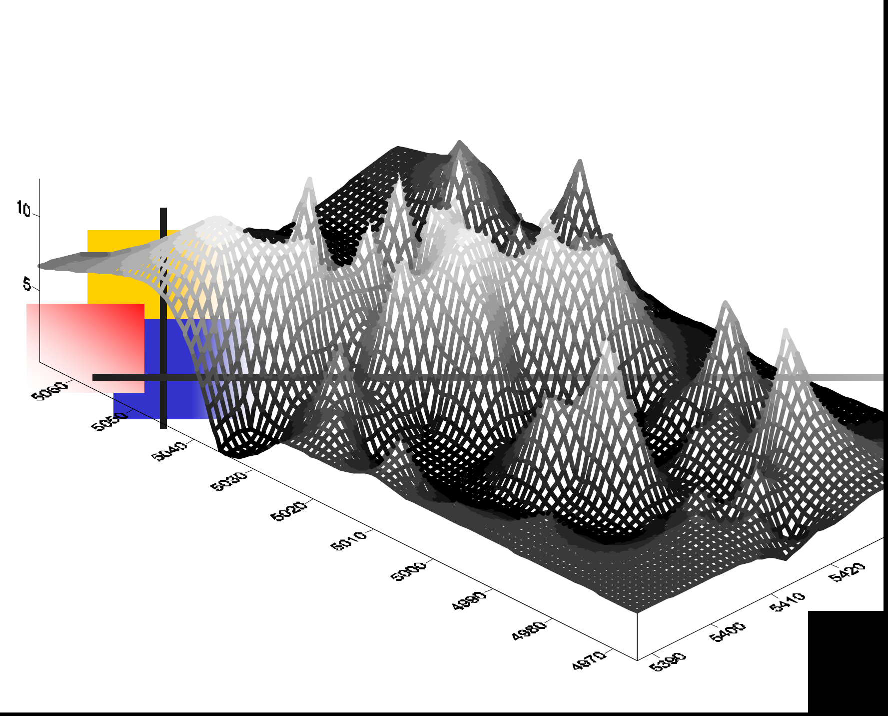
10
5
5060
5050
5040
5030
5020
5010
5000
4990
4980
4970
5390
5400
5410
5420
5430
5440

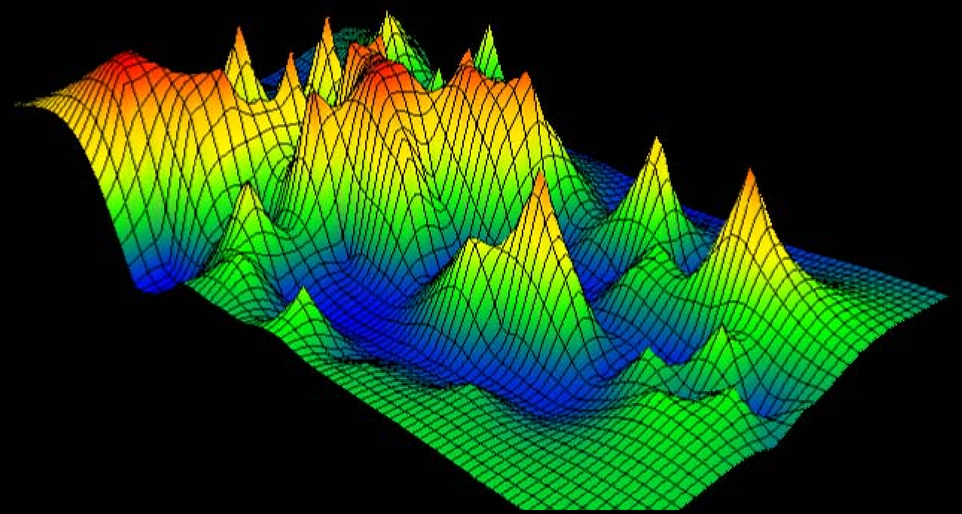
7.2.2.2. Izbira projekcije

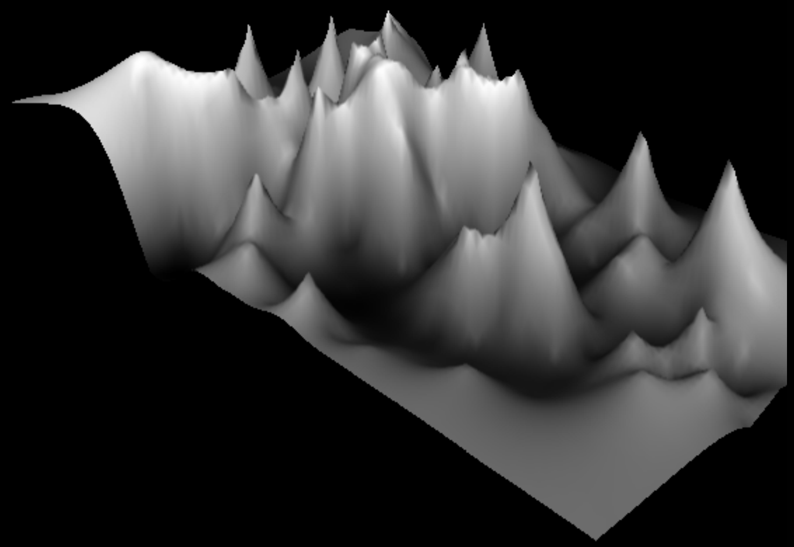
- Perspektiva je po občutku najbolj naravna in privlačna, vendar ima nekaj pomembnih slabosti:
  - Prožnost izbire navideznega gledišča dovoljuje uporabniku izbrati (prirediti) izgled površine. To zmanjša objektivnost: mogoče je povdariti ali prikriti določene poteze površja. Različni zorni koti otežkočajo primerjave med površinami.
  - Zapletenost geometrijske konstrukcije povzroča velike težave pri ponovni pridobitvi prvotnih vrednosti v točki, podani z mrežnimi x, y referencami. Pri izometrični in poševni projekciji to zlahka naredimo že z ravnilom.

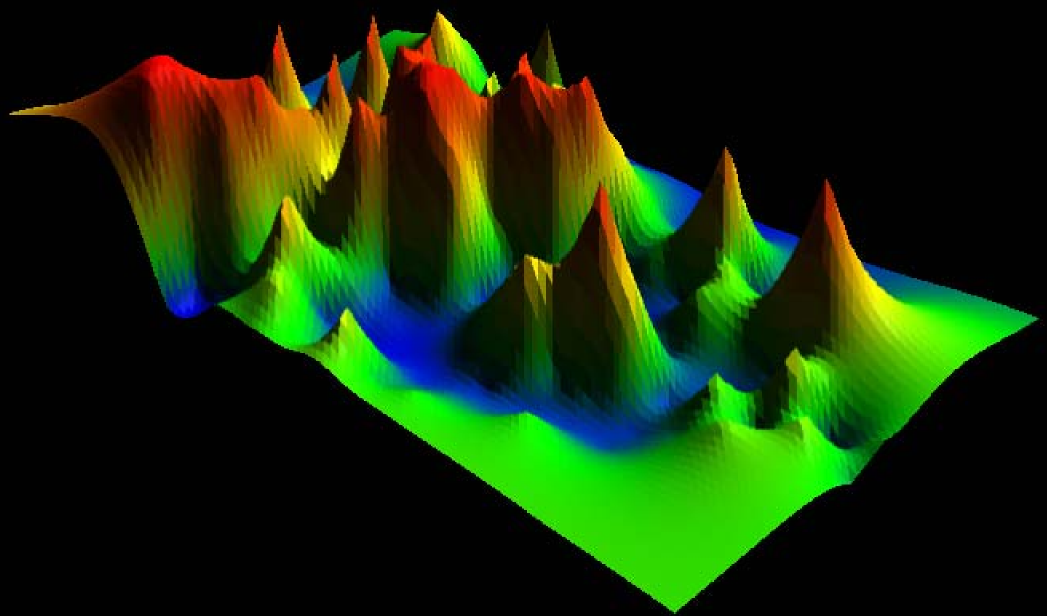
7.2.2.3. Stopnjevanje grafike

- Četrverokotnike v mreži zapolnimo.
- Topografijo povdarimo s simuliranjem različne osvetlitve iz določenih smeri.
- Polščice barvno kodiramo glede na z vrednost, kar pušča nazobčane robove četverokotnikov okrog vsake barvne kategorije.


10
5
5060
5050
5040
5030
5020
5010
5000
4990
4980
4970
5390
5400
5410
5420





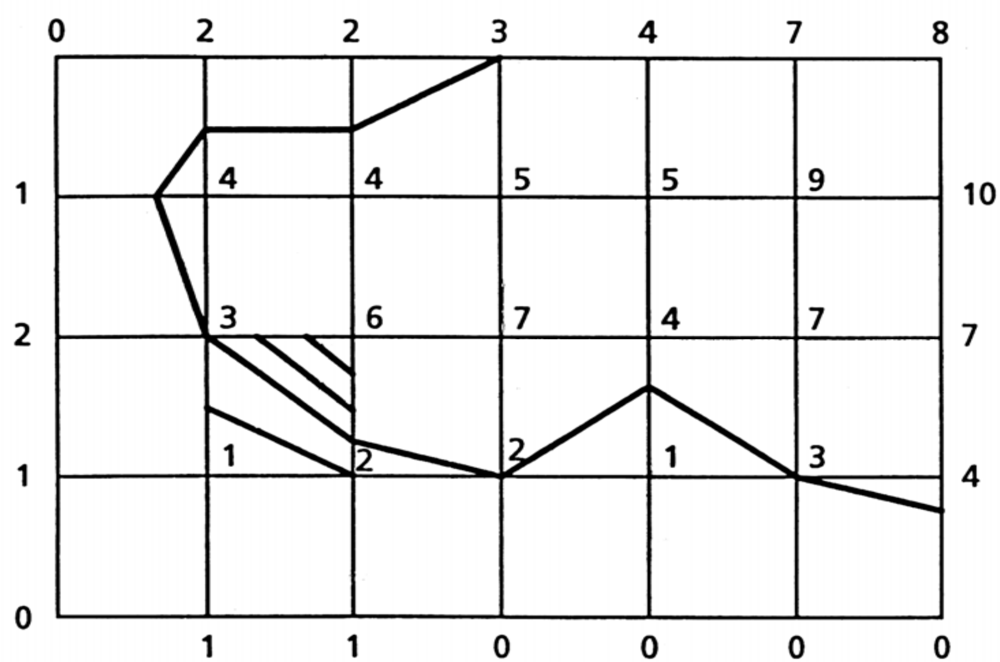


7.2.3. Izdelava izolinij

- Izolinije so črte, ki povezujejo točke z enako vrednostjo neke lastnosti.
- Bistvo izrisa izolinij je, da se izognemo izračunavanju nepotrebnih vrednosti točk in poiščemo le izbor točk pri določenih y vrednostih.
- O vrednosti točk, ki so med izolinijami, z lahkoto sklepamo.
- Zaradi podobnosti s topografskimi kartami, so predvtavitve z izolinijami običajno najučinkovitejše.

7.2.3.1. Računalniški algoritmi

- Izdelava posameznega kvadrata mreže
  - Naenkrat obravnavamo en kvadrat mreže. Na stranicah z interpolacijo med vozliščnimi vrednostmi poiščemo točke, katerih vrednosti so enake zahtevanim vrednostim izolinije.
  - Enake vrednosti povežemo z ravnimi črtami.
- Vlečenje izolinij skozi mrežo
  - Določeno izolinijo z interpolacijo sledimo preko posameznega kvadrata in postopek nadaljujemo v sosednji celici.
  - Postopek ponavljamo dokler se črta ne zaključi oz. doseže roba karte.



7.2.3.2. Glajenje izolinij

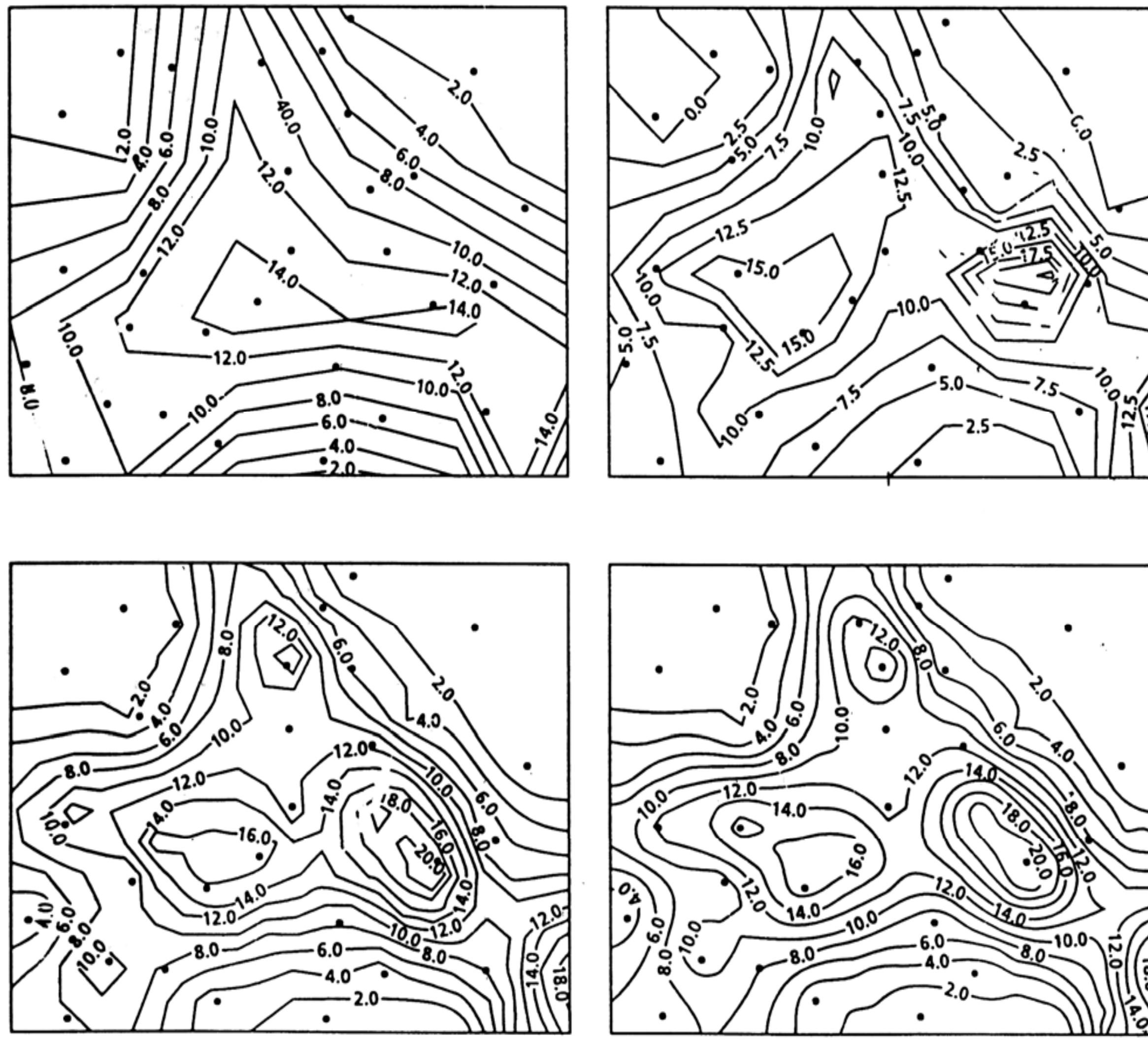
- Izolinije so sestavljene iz ravnih segmentov in kadar bo mreža široka, bo rezultat nenaravno oglata karta.
- Videz zaobljenosti pogosto ustvarimo s povečanjem ločljivosti mreže, vendar pa pravo zaobljenost dosežemo le z glajenjem - “splini”.
- Splini (ang. splines) so podobni regresijskim črtam, le da potekajo gladko (zaobljeno) in točno preko kakršnegakoli števila točk v zaporedju.

7.2.3.2. Glajenje izolinij

- Kadar mora enačba povezati celotno zaporedje točk, dve točki zahtevata linearno, tri kvadratno in štiri kubično enačbo.
- V praksi so izolinijski splini pogosto kubični.
  - Izračunamo jih za vsak set štirih zaporednih točk, tako da obstaja prekrivanje treh točk med sosednjimi seti štirih točk.
  - Začetni rezultat da za vsak set štirih točk različne krivulje, s tremi alternativnimi krivuljami med vsakim parom. Končna rešitev je ena krivulja z zveznimi izpeljavami, izračunana s tehtanjem posameznih krivulj.

7.2.3.2. Glajenje izolinij

- Zglajene izolinije predvsem polepšajo izgled – ne prispevajo k informativnosti ali izboljšanju ocene površja.
- Občasno naletimo na slabe algoritme splina, ki dovoljujejo ukrivljanje med podatkovnimi točkami, katerih posledica je lažna vijugavost.



7.3. Analize trenda površja

- Je vrsta multiple regresije, kjer neodvisne spremenljivke temeljijo na x, y, koordinatah.
- Iščemo najboljše prilegajočo se površino, definirano z enačbo, ki opisuje spremenljivko *z* kot funkcijo geografskega položaja.
- Površino imenujemo trend površja. Je ravna ali geometrijsko ukrivljena.
- Ni nujno, da je ta površina dobra ocena porazdelitve spremenljivke. Namen ni izdelava slike, temveč testiranje statistične hipoteze.

7.3.1. Površine z linearnim trendom

- Enačba ravnine, definirane v x, y, z prostoru je:

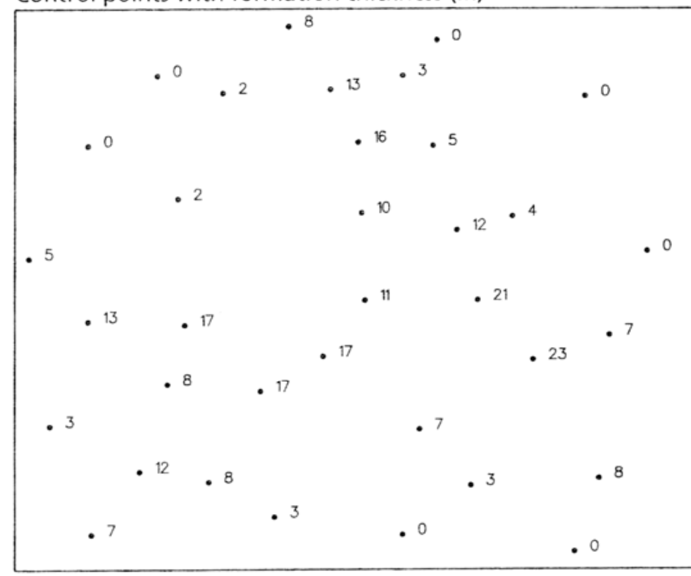
  $z = b_0 + b_1x + b_2y$

- Ob danih vrednostih x, y in z v kontrolnih točkah, je model za podatke:
- $z = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2y + \varepsilon$
- ε je napaka z, zaradi slabega prileganja površine trenda podatkom.

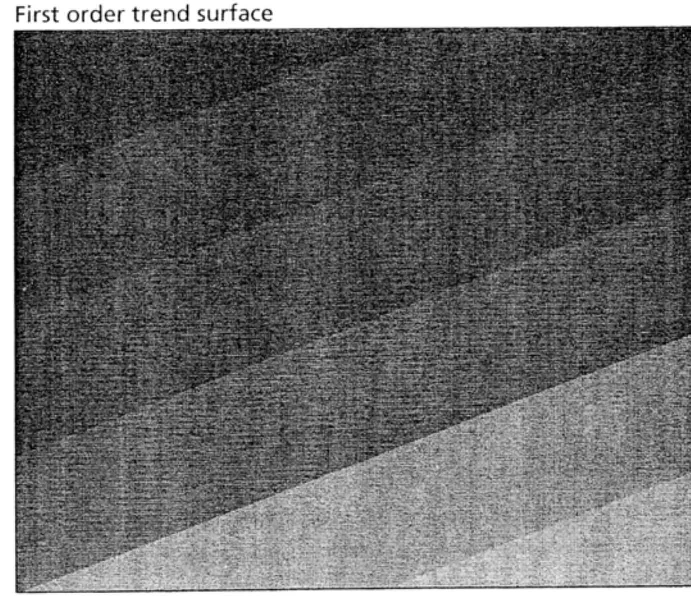
7.3.1. Površine z linearnim trendom

- Z multiplo regresijo poiščemo vrednosti b_0, b_1 in b_2 tako, da je člen napake ε čim manjši.
- Vrednosti koeficientov določajo nagnjeno ravnino.
- Statistično značilnost trenda (koeficientov enačbe ravnine) testiramo z analizo variance.

Control points with formation thickness (m)



First order trend surface



7.3.1. Površine z linearnim trendom

- H_0: $\beta_1 = 0$ in $\beta_2 = 0$ trenda ni
- H_0: $\beta_1 \neq 0$ in $\beta_2 \neq 0$ trend obstaja

Vir	VK	ν	s^2	F
Trend prvega reda	VK_R	2	$s^2_R = VK_R/2$	s^2_R / s^2_D
Odstopanje	VK_D	n-3	$s^2_D = VK_D/(n-3)$	
Skupaj	VK_C	n-1		

- H_0 zavrnemo, kadar je $F_{izračunana} > F_{tabelirana}$.
- Trend izrazimo z regresijsko enačbo in ga na karti prikažemo kot izolinijo.

7.3.1. Površine z linearnim trendom

- Opozorila:
- Veljajo iste omejitve kot pri običajni regresiji.
- Namen AVAR površine trenda ni, potrditi oceno porazdelitve spremenljivke, temveč le opisati značilnost trenda.
- Če H_0 ne moremo zavrniti, površina trenda ne izraža nobene uporabne informacije.
- Odsotnost trenda prvega reda ne izključuje možnosti trendov višjega reda.

7.3.2. Površine s kvadratnim trendom

- Površina trenda je v tem primeru ukrivljena, vendar le v enem smislu – konkavnem ali konveksnem – ter ima enostavne parabolične prečne preseke.
- Model zapišemo:

$$z = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 x^2 + \beta_4 y^2 + \beta_5 xy + \varepsilon$$

- Ta in višji redi enačb, postanejo manj uporabni za preprosto testiranje hipotez, ker so alternativne hipoteze zapletene, s širokim razponom možnosti.

7.3.2. Površine s kvadratnim trendom

- Zavrnitev H_0 je lahko posledica značilnih visokih in nizkih delov ali pa le posledica podatkov s posebnim geometrijsko ukrivljenim trendom v enem delu karte.
- Podatki z značilnim trendom prvega reda, bodo neizogibno imeli tudi značilen trend drugega reda, ker ta vključuje člene prvega reda.
- Analiza variance zato vključuje test značilnosti izboljšanja prileganja površini drugega reda v primerjavi s prvim.
- Če smo že opravili test prvega reda, izvedemo le test izboljšanja.

7.3.2. Površine s kvadratnim trendom

- Test 1:

  H_0: β_1, β_2, β_3, β_4 in $\beta_5 = 0$

  H_1: en ali več od koeficientov $\beta \neq 0$

- Test 2:

  H_0: β_3, β_4 in $\beta_5 = 0$

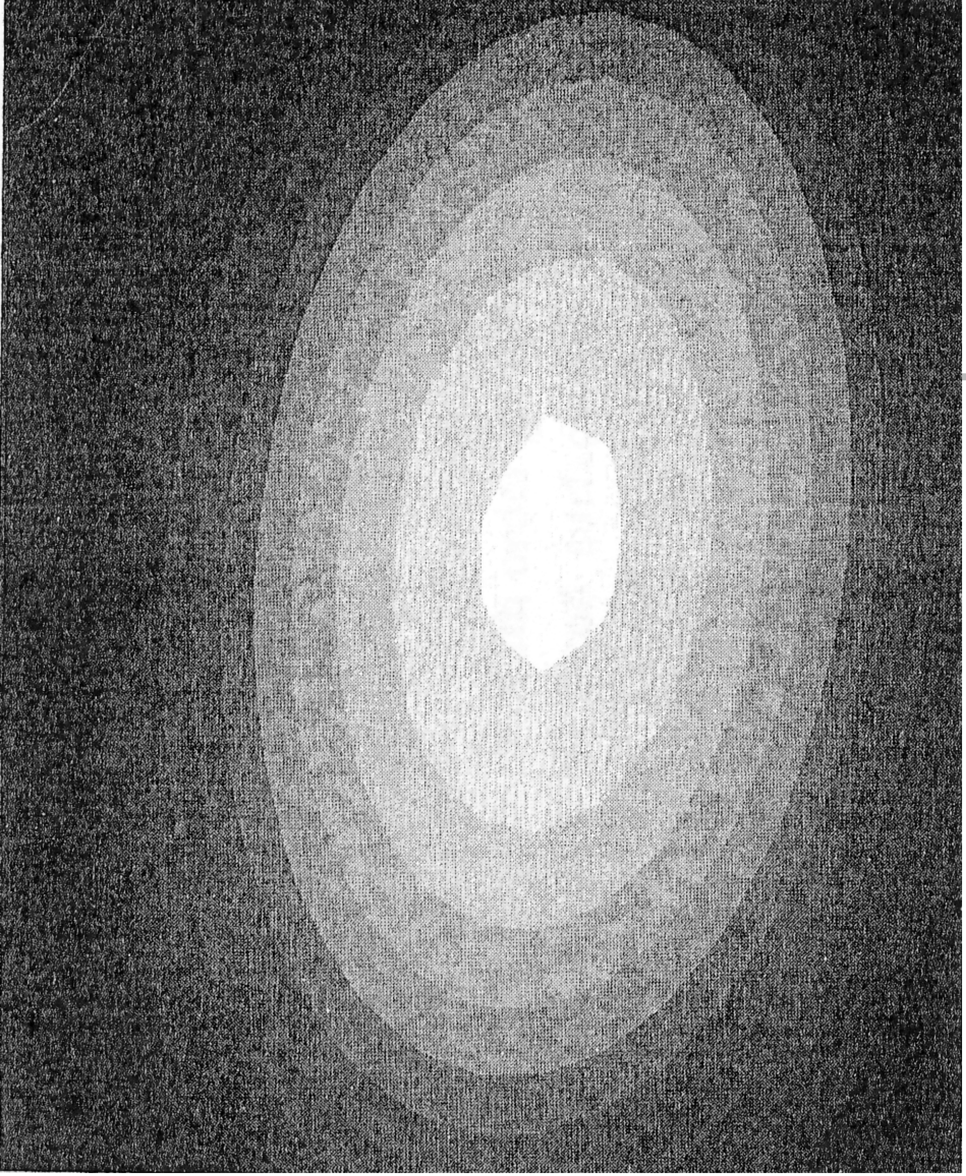
  H_1: en ali več od koeficientov $\beta \neq 0$

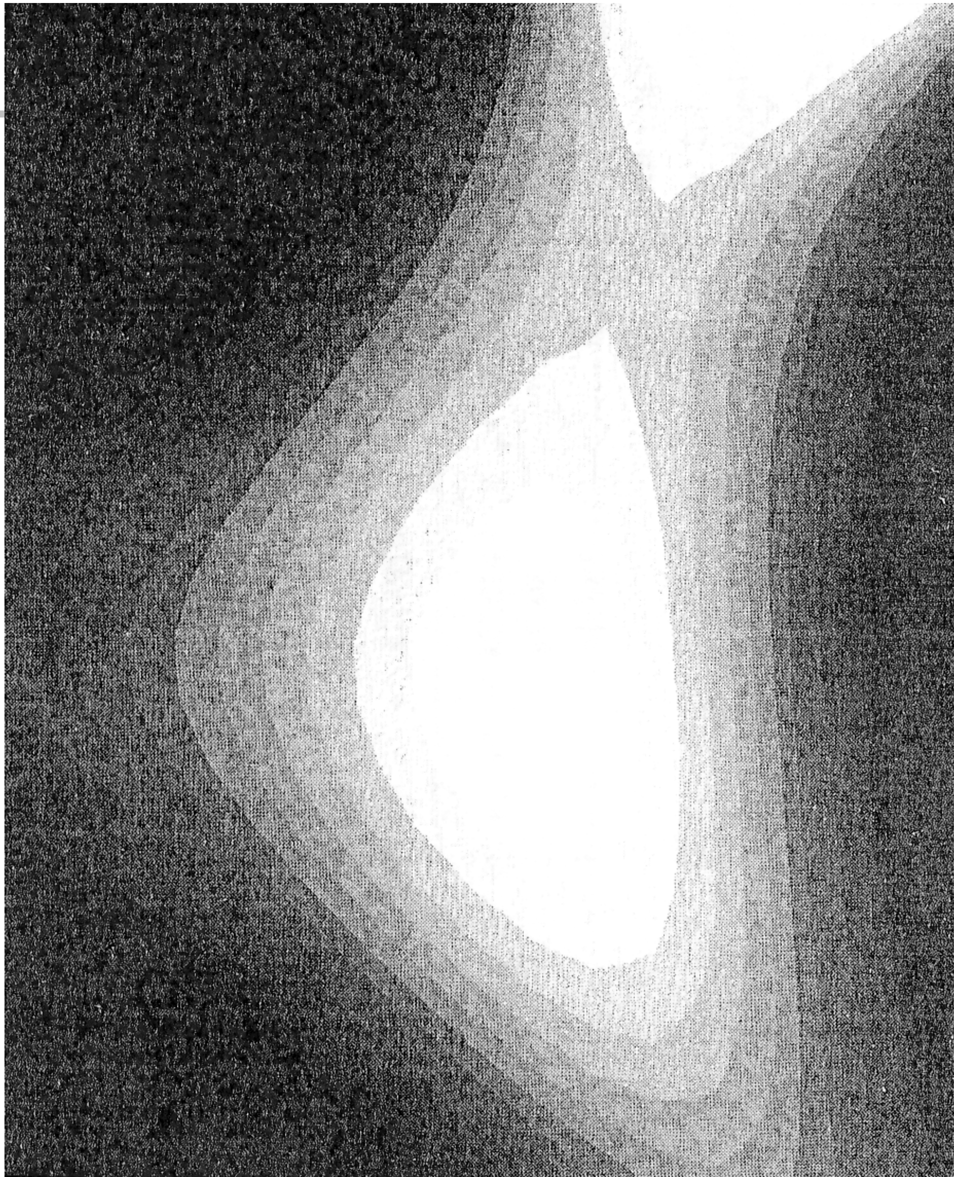
7.3.2. Površine s kvadratnim trendom

Vir	VK	ν	s^2	F
Trend 2. reda	VK_{R2}	5	$s^2_{R2} = VK_{R2}/5$	Test 1: s^2_{R2}/ s^2_D
Trend 1. reda	VK_{R1}	2		
Povečanje 2. preko 1. reda	$VK_{R21} = VK_{R2} - VK_{R1}$	3	$s^2_{R21} = VK_{R21}/3$	Test 2: s^2_{R21}/ s^2_D
Odstopanje 2. reda	VK_D	n-6	$s^2_D = VK_D/(n-6)$	
Skupaj	VK_C	n-1		

7.3.2. Površine s kvadratnim trendom

- Opozorila:
- Veljajo vsa kot za linearni tren.
- Na obliko površin drugega in višjih redov lahko vpliva neenakomerna porazdelitev kontrolnih točk.
- Trendi drugega in višjih redov lahko kažejo skrajne, a lažne gradiente, zlasti pri ekstrapolaciji izven kontrolnih točk.





7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

- Površine trenda tretjega reda dovoljujejo eno spremembo v smislu ukrivljenosti (konkavno ali konveksno) v poljubnem preseku.
- Model zapišemo:

$$z = \beta_0+\beta_1 x\ \beta_2 y+\beta_3 x^2+\beta_4 y^2+\beta_5 xy+\beta_6 x^3+\beta_7 y^3+\beta_8 x^2 y + \beta_9 xy^2+\varepsilon$$

7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

- Število členov za k-ti red je $(k^2 + 3k)/2$.

Red	Členi
1	$x\ y$
2	$x\ y\ x^2\ y^2\ xy$
3	$x\ y\ x^2\ y^2\ xy\ x^3\ y^3\ x^2y\ xy^2$
4	$x\ y\ x^2\ y^2\ xy\ x^3\ y^3\ x^2y\ xy^2\ x^4\ y^4\ x^3y\ xy^3\ x^2y^2$
itd.	

7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

- Splošna analiza variance za višje rede trenda površine:
- Test 1:

  H_0: vsi koeficienti $\beta = 0$

  H_1: en ali več od koeficientov $\beta \neq 0$

- Test 2:

  H_0: vsi (k+1) dodatni koeficienti β za red k preko reda (k-1)= 0

  H_1: en ali več od zgornjih koeficientov $\beta \neq 0$

7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

Vir	VK	ν	s^2	F
Trend k-tega reda	VK_{Rk}	$\nu_k=(k^2+3k)/2$	$s^2_{Rk}= VK_{Rk}/\nu_k$	Test 1: s^2_{Rk}/ s^2_D
Trend (k-1) reda	VK_{Rk-1}			
Povečanje k-tega preko (k-1) reda	$VK_{R1}=$ $VK_{Rk}- VK_{Rk-1}$	k+1	$s^2_{R1}=$ $VK_{R1}/(k+1)$	Test 2: s^2_{R1}/ s^2_{Dk}
Odstopanje k-tega reda	VK_{Dk}	$n-\nu_k-1$	$s^2_{Dk}=$ $VK_{Dk}/(n-\nu_k-1)$	
Skupaj	VK_{Ck}	n-1		

7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

- Dodatna opozorila:
- Višji redi trendov površine skoraj vedno dajo izredne gradiente in zato skrajne vrednosti na robovih in v ogljiščih (in včasih celo med kontrolnimi točkami), ki nimajo nobene zveze z resničnimi trendi podatkov. Pojav imenujemo robni učinki; pojavlja se tudi pri oceni površin, kjer lokalne trende ekstrapoliramo brez kontrole.

7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

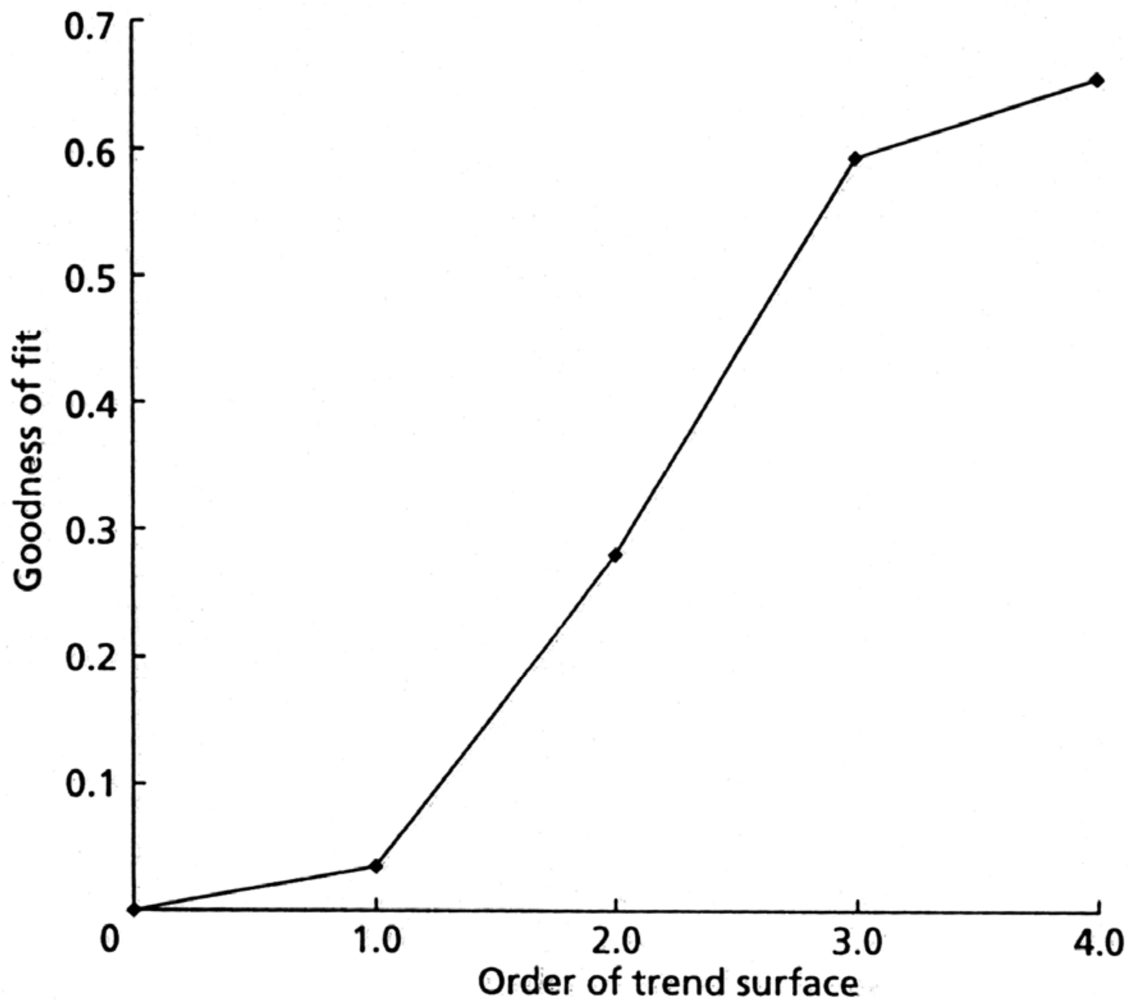
- Navadno naj ne bi uporabljali trendov višjega reda, ker je zelo malo verjetno, da bi enačbe opisovale vzročni geološki proces.
- Prileganje je skoraj popolno, ko se število točk enačbe približa številu podatkovnih točk. Vendar to ne pove nič o dejanskih statističnih trendih podatkov.

7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

- Enačbe s trendom površine visokega reda vključujejo dvig x in y na visoke potence. Ker sta x in y mrežni referenci, izraženi v visokih številkah, lahko členi enačbe postanejo izredno visoki.
- V nasprotju so vrednosti z navadno nizke in na uravnoteženje enačbe vpliva množenje zelo visokih števil z zelo majhnimi koeficienti!
- Problem rešimo z uvedbo lokalne merilne lestvice.

7.3.3. Površine s kubičnim in višjimi redi trenda

- Naraščanje prileganja z naraščanjem reda trenda površine prikažemo z grafom R^2 proti redu.



7.3.4. Preostanki trenda poršja

- Razlika med površino trenda in dejansko kontrolno točko vrednosti z, je mera napake poršja, imenovana preostanek.
- Uporaba preostankov je dvojna:
  - Ocena homoscedastičnosti in avtokorelacije površine.
    - Ocenimo lahko tehnično veljavnost regresije: preostanki naj bi bili homoscedastični a ne avtokorelirani.
    - Vzorci avtokorelacije morda nakazujejo trend, ki bi ga lahko modelirali z višjimi trendi poršja.
  - V nekaterih okoliščinah so preostanki za interpretacijo pomembnejši od samega trenda.