Električni nihajni krog in elektromagnetno polje

Terminologija in tipične oznake s standarnimi enotami

- gostota magnetnega polja B [T=kg/As^2 =Vs/m^2], jakost magnetnega polja H [A/m]
- električna poljska jakost E [V/m], gostota električnega polja D [As/m^2]
- električni tok I [A], električna napetost U [V]
- permeabilnost snovi μ, dielektričnst snovi ϵ
- induktivnost tuljave L [H = Vs/A], kapacitivnost tuljave C [F = As/V]
- valovni vektor k [m^{-1}], frekvenca ν [Hz], kotna hitrost ω [Hz]

Relevantni fizikalni izrazi in formule:

- Tuljava:
  - *Samoindukcija tuljave*: Sprememba toka I na tuljavi inducira napetost U
  $$U = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$
  kjer jo sedaj razumemo kot izvor!
  - *Induktivnost dolge tuljave* z N navoji, dolžine l in površine preseka S, ki je napolnjena s snovjo permeabilnosti μ, je enaka
  $$L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l}$$
  - Neodvisno od geometrije tuljave velja
  $$L = \mu\, L|_{\mu=1}$$
  - *Potencialna energija tuljave* pri dani induktivnosti L in toku skozi I je
  $$W = \frac{1}{2}LI^2$$
- Idealni električni nihajni krog – zaključen tokokrog z tuljavo in kondenzatorjem:
  - *Enačba dinamike kroga*: Vsota vseh padcev napetosti vzdolž zaključenega tokokroga je enaka vsoti vseh izvorov
  $$L\dot{I} = e/C\,.$$
  Odvajamo enačbo po času in upoštevamo $\dot{e} = -I$ in dobimo enačbo časovnega poteka toka
  $$\ddot{I} + \omega_0^2 I = 0$$
  kjer je $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ kotna hitrost nihajnega kroga
  - *Energija nihajnega kroga* je vsota energije tuljave in energije kondenzatorja
  $$E = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{e_0^2}{2C}$$
  kjer so U_0, I_0 in e_0 amplitude nihanj posameznih kočin: napetosti, toka, naboja.
- Elektromagnetno valovanje:
  - *Hitrost svetlobe* oz. širjenja valovanja po snovi z neko dielektričnostjo ϵ in permeabilnostjo μ
  $$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c_0}{n}$$
  kjer je $c_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 299.792.458 m/s \approx 3\cdot 10^8 m/s$ hitrost svetlobe v vakuumu in $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ lomni količnik snovi

– Povezave med količinami:

$$c = \nu\lambda\,, \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}\,, \qquad \omega = 2\pi\nu$$

– Za smer $\hat{k}$ ($\|\hat{k}\| = 1$) potovanja valovanja velja relacija

$$\vec{E} = c\,\vec{B} \times \hat{k}$$

med magnetnim in električnim poljem.

– *Poyntingov vektor* predstavlja vektor gostote energijskega toka

$$\vec{j} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad j = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S} = \|\vec{j}\| = c\,w$$

kjer je w trenutna gostota energije valovanja enaka

$$w = \vec{E}\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu\mu_0}$$

Pri uporabi nastavkov za valovanja $E(t,x) = E_0 \sin(kx - \omega t)$ in $B(t,x) = B_0 \sin(kx - \omega t)$ v smeri x ugotovimo, da so časovna povprečja

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2}\epsilon\epsilon_0 E_0^2 = \frac{B_0^2}{2\mu\mu_0}$$

– *Energijski ohranitveni zakon*: Moč izvorov valovanja P v nekem nekem volumnu obdan s ploskvijo $\mathcal{P}$ je

$$\oint_{\mathcal{P}} \mathrm{d}\vec{S} \cdot \vec{j} = P$$

kjer privzamemo odsotnost tokov skozi površino.

– *Dopplerjev efekt*: Izvor, ki oddaja valovanje s frekvenco ν, in prejemnik se mu približujeta s hitrostjo v. Prejemnik sliši valovanje s frekvenco

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\,, \qquad \beta = \frac{v}{c}\,.$$

oziroma razlika frevence $\Delta\nu = \nu' - \nu$ je enaka

$$\Delta\nu = \nu\left(\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1\right) = \frac{2\beta\nu}{1+\beta+\sqrt{1-\beta^2}} \approx \frac{\beta\nu}{1+\beta/2-\beta^2/4}$$

Opombe in kazalci na potrebno znanje:

- Ena možna definicija časovnega povprečja realne funkcije $f(t)$ je

$$\langle f(t) \rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\mathrm{d}t$$

in povprečja tipičnih funkcij so

$$\langle \sin(\omega t) \rangle = \langle \cos(\omega t) \rangle = 0\,, \quad \left\langle \sin(\omega t)^2 \right\rangle = \left\langle \cos(\omega t)^2 \right\rangle = 1/2\,, \quad \langle 1 \rangle = 1\,, \quad \langle t \rangle = 0\,, \quad \left\langle t^2 \right\rangle = \infty\,.$$