

Nihanje

Terminologija in tipične oznake s standarnimi enotami

- frekvenca $\nu = t_0^{-1}$ [$s^{-1} = \text{Hz}$], krožna frekvenca $\omega = 2\pi\nu$ [Hz]
- nihajni čas t_0 [s], faza $\phi, \omega t, \dots$ [rad]
- koeficient dušenja β [Hz]
- sila F [N], navor M [$\text{Nm}=\text{J}$]

Relevantni fizikalni izrazi in formule:

- *Periodično nihanje* s časom t z začetno fazo ϕ in amplitudo A

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi),$$

- *Dušeno nihanje*

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad x(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi), \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

- *Periodično vsiljeno nihanje*

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = F \exp(i\omega t), \quad x(t) = A(\omega) \exp(i\omega t), \quad |A(\omega)| = \frac{|F|}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\beta\omega)^2}},$$

- *Vzmetno nihalo*: masa na vzmeti s prožnostnim koeficientom k :

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad F = -kx, \quad W_p = \frac{1}{2}kx^2, \quad W_k = \frac{1}{2}mv^2$$

kjer je x raztezek vzmeti in $v = \dot{x}$ hitrost vzdolž raztezka.

- *Težno nihalo*: Togo telo vrtljivo vpeto na razdalji r^* od težišča, z vztrajnostnim momentom J in z gravitacijskim pospeškom g

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgr^*}}, \quad F = -mg \sin \phi, \quad M = -mgr^* \sin \phi, \quad W_p = mr^*(1 - \cos(\phi)), \quad W_k = \frac{1}{2}J\Omega^2,$$

pri čemer je $\Omega = \dot{\phi}$ kotna hitrost in ϕ je odmik od smeri gravitacije.

- *Torzijsko nihalo*: Na os vijačne vzmeti ali torzijskega elementa pritrdimo telo z vztrajnostnim momentom J in torzijskim koeficientom D

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}, \quad M = -D\phi, \quad W_p = \frac{1}{2}D\phi^2, \quad W_k = \frac{1}{2}J\Omega^2,$$

kjer je ϕ kot zasuka od ravnovesne lege.

- *Matematično nihalo*: V primeru točkaste mase na vrvi dolžine $l = r^*$ se zgornje enačbe poenostavijo v

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad F = mg \sin \phi, \quad M = mgl \sin \phi, \quad W_p = ml(1 - \cos(\phi)), \quad W_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ml^2\Omega^2.$$

- *Energijski zakon*:

$$E = W_p + W_k = \text{konst.}$$

Opombe in kazalci na potrebno znanje:

- Gravitacijski pospešek na površini zemlje je $g \doteq 9.81$
- Izračun vztrajnostnega momenta in uporaba Steinerjevega izreka
- Operacije med vektorji sil, Odvajanje in integriranje
- Za majhne odmike $\sin \phi \approx \tan \phi \approx \phi$
- Exponentna funkcija e^x oz. $\exp(x)$ in njena inverz naravni logaritem $\log(x)$: $\log(\exp(x)) = x$