

Vaje iz Matematike 1 in Inženirske matematike 1

Naloge za utrjevanje

Skalarni, vektorski in mešani produkt

- Dane so točke $A(1, 1, -2)$, $B(-3, 1, -1)$ in $C(0, 2, -4)$.
 - Izračunajte $2\vec{AB} + 3\vec{AC}$, $|\vec{AC}|$, $\vec{AC} \cdot \vec{BC}$ in $(\vec{AB} - \vec{AC}) \times \vec{CB}$.
 - Določite število $t \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja \vec{AB} in $\vec{AC} + t\vec{BC}$ pravokotna.
- V prostoru \mathbb{R}^3 so dane točke $A(-3, -1, 2)$, $B(-1, 0, 4)$, $C(-2, 2, 6)$ in $D(-4, 1, 4)$.
 - Dokažite, da je štirikotnik $ABCD$ romb.
 - Izračunajte dolžini diagonal romba in preverite, da se sekata pod pravim kotom.
 - Izračunajte ploščino in obseg romba.
 - Izračunajte vse notranje kote romba. (*Uporabite kalkulator.*)
- Kakšen kot oklepata enotska vektorja \vec{x} in \vec{y} , če sta vektorja $\vec{a} = 5\vec{x} - 4\vec{y}$ in $\vec{b} = \vec{x} + 2\vec{y}$ pravokotna?
 - Določite še ploščino pravokotnika, napetega na vektorja \vec{a} in \vec{b} .
- Pokažite, da točke $A(3, 7, 5)$, $B(0, 1, 2)$ in $C(-2, -3, 0)$ ležijo na isti premici.
Nasvet: Kaj veste o trikotniku ABC?
- Dane so točke $A(5, 3, 4)$, $B(7, 2, 2)$ in $D(3, 1, 3)$.
 - Pokažite, da sta vektorja \vec{AB} , \vec{AD} pravokotna in enako dolga.
 - Določite koordinate točke E tako, da bodo vektorji \vec{AB} , \vec{AD} in \vec{AE} ležali na robovih kocke $ABCDEFGH$.
- Dane so točke $A(1, -2, 1)$, $B(5, 2, -5)$ in $C(-1, -6, 1)$ in $D(3, -2, 2)$, vektorji \vec{AB} , \vec{AC} in \vec{AD} pa določajo paralelepiped.
 - Določite dolžino telesne diagonale paralelepipeda iz oglišča A .
 - Izračunajte prostornino paralelepipeda.
 - Izračunajte ploščino osnovne ploskve, napete na vektorja \vec{AB} in \vec{AC} ter dolžino telesne višine na to ploskev.
- Kaj lahko poveste o vektorjih \vec{u} in \vec{v} , za katera velja $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2$?
- Naj bodo \vec{i} , \vec{j} in \vec{k} standardni bazni vektorji prostora \mathbb{R}^3 . Izračunajte

(a) $\vec{i} \times \vec{j}$	(d) $(\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} - \vec{j})$
(b) $\vec{i} \times (\vec{i} + \vec{j})$	(e) $\vec{i} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$
(c) $\vec{j} \times \vec{i}$	(f) $(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k}$

REŠITVE

$$1. \quad (a) \quad 2\vec{AB} + 3\vec{AC} = \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad |\vec{AC}| = \sqrt{6}, \quad \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 4, \quad (\vec{AB} - \vec{AC}) \times \vec{CB} = \begin{bmatrix} 0 \\ -24 \\ -8 \end{bmatrix}.$$

$$(b) \quad t = \frac{2}{5}$$

$$2. \quad (b) \quad |\vec{AC}| = \sqrt{26} \text{ in } |\vec{BD}| = \sqrt{10}$$

$$(c) \quad S = \sqrt{65}, \quad o = 12$$

$$(d) \quad \alpha = \gamma = 63.61^\circ \text{ in } \beta = \delta = 116.39^\circ$$

$$3. \quad (a) \quad 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$(b) \quad S = \sqrt{147}$$

$$5. \quad E_1(4, 5, 2) \text{ in } E_2(6, 1, 6)$$

$$6. \quad (a) \quad d = 5$$

$$(b) \quad V = 56$$

$$(c) \quad S_0 = 28 \text{ in } v = 2$$

7. Vektorja \vec{u} in \vec{v} sta pravokotna (ali pa je vsaj en enak 0).

$$8. \quad (a) \quad \vec{k}$$

$$(d) \quad -2\vec{k}$$

$$(b) \quad \vec{k}$$

$$(e) \quad 0$$

$$(c) \quad -\vec{k}$$

$$(f) \quad 0$$