

Prva računska domača naloga iz Matematike (GIK, NTO)

30. 11. 2013

1. (a) Poišči vsa števila $x \in \mathbb{R}$, ki rešijo naslednjo neenačbo

$$|2x + 1| \leq |x + 1| - x$$

in množico rešitev zapišite kot unijo disjunktih intervalov.

- (b) Poišči vsa števila $x \in \mathbb{R}$, ki rešijo naslednjo neenačbo

$$2x^2 + x \leq 1$$

in množico rešitev zapišite kot unijo disjunktih intervalov.

2. (a) Dano je zaporedje

$$a_n = \frac{4n + 1}{n^2 + n}.$$

Pokaži, da je zaporedje padajoče in izračunaj limito ter ugotovi koliko členov je od limite oddaljenih za več kot $\frac{1}{100}$.

- (b) Dano je zaporedje

$$a_n = \frac{5n + 3}{1 + n}.$$

Izračunaj limito zaporedja a_n ter ugotovi koliko členov je od limite oddaljenih za manj kot $\frac{1}{100}$.

3. Izračunaj limite

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 5n^2}{n^2 + n},$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n + 3}{2n + 1} \right)^{n+1},$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{1 + \sqrt{n}}.$

4. Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}, & x \neq -3 \\ a, & x = -3. \end{cases}$$

(a) Izračunaj limito $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$.

(b) Določi število a , da bo funkcija zvezna v točki $x = -3$.

5. Dana je funkcija

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{4}} - 1.$$

(a) Nariši graf funkcije f in določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f .

(b) Pokaži, da je funkcija injektivna in izračunaj njen inverz.

(c) Nariši graf inverzne funkcije.

6. Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x < 0 \\ 3 - x, & 0 \leq x < 3 \\ (x - 3)^2, & x > 3. \end{cases}$$

(a) Izračunaj limiti $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ in $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Ali obstaja limita $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$? Odgovor utemelji!

(b) Izračunaj limiti $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ in $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$. Ali obstaja limita $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$? Če limita obstaja, jo izračunaj. Odgovor utemelji!

(c) Ali je f zvezna v točkah $x = 0$, $x = 3$?

7. Izračunaj odvode naslednjih funkcij

(a) $f(x) = \frac{x}{\sin x},$

(b) $f(x) = e^{x^3+2},$

(c) $f(x) = (\sqrt{x} - 3) \arctan x.$