

Tretja teoretična domača naloga iz Matematike 1

- (1) (Določeni integral)
- (a) Kako si določeni integral $\int_a^b f(x) dx$ geometrijsko predstavljamo?
 - (b) Kako izračunamo približek za $\int_a^b f(x) dx$ s pomočjo Riemannovih vsot? Kaj pa točno vrednost?
 - (c) Kaj je povprečje funkcije na intervalu in kaj pravi izrek o povprečju?
 - (d) Formuliraj osnovni izrek infinitezimalnega računa in ga izpelji.
 - (e) Formuliraj Newton-Leibnitzovo formulo in jo izpelji.
 - (f) Kako se glasi pravilo za integracijo po delih za določeni integral.
- (2) (Uporaba določenega integrala)
- (a) Kako izračunamo ploščino in središče ravninskega lika D ?
 - (b) Kako izračunamo volumen telesa, ki ga dobimo pri vrtenju lika D pri vrtenju okrog x osi? Kaj pravi prvo Guldinovo pravilo?
 - (c) Kako izračunamo
 - (d) Kako izračunamo dolžino in središče ravninske krivulje C ?
 - (e) Kako izračunamo površino ploskve, ki jo dobimo pri vrtenju krivulje C okrog x osi? Kaj pravi drugo Guldinovo pravilo?
- (3) (a) Kako je definirana norma vektorja? Kakšen je njen geometrijski pomen? Kako je definiran skalarni produkt dveh vektorjev? Kakšen je njegov geometrijski pomen?
- (b) Formuliraj in dokaži Cauchy-Schwartzovo neenakost in trikotniško neenakost.
- (c) Kako je definirani vektorski produkt dveh vektorjev? Kakšen je njegov geometrijski pomen?
- (d) Dokaži Lagrangeovo identiteto:

$$\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\|^2 + \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle^2 = \|\mathbf{a}\|^2 \|\mathbf{b}\|^2.$$

- (4) Naj bo
- $$\mathbf{a} = (0, 1, 2, 3), \quad \mathbf{b} = (1, 1, 1, 1) \quad \text{in} \quad \mathbf{c} = (1, 0, -2, -2).$$
- (a) Izračunaj razdaljo med vektorjema \mathbf{c} in $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$!
 - (b) Poišči taki števili λ in μ , da bo razdalja med \mathbf{c} in $\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b}$ najmanjša možna.
 - (c) Poišči premico $y = kx + n$, katere graf se najbolj prilaga točkam $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(2, -2)$ in $(3, -2)$.
- (5) (a) Pojasni geometrijski pomen determinante 2×2 matrike. Dodaj tudi ustrezen primer.
- (b) Formuliraj Cramerovo pravilo za sisteme velikosti 2×2 in ga izpelji.
- (c) Kako je definiran inverz matrike A ? Dokaži, da matrika $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ nima inverza! Izpelji formulo za inverz 2×2 matrike in napravi preizkus!

Rešitve morate napisati na roko! Lahko si pomagata s skripto.