

1. Valjasti kolesi s polmeroma  $r_1$  in  $r_2$  sta pritrjeni na skupno os. Po njunih obodih sta napeljšani vrvici, na katerih visita uteži z masama  $m_1$  in  $m_2$ . S kolikšnim kotnim pospeškom se vrtita kolesi? Skupni vztrajnostni moment koles in gredi je  $J$ .

Newtonov zakon za uteži in vrtenje koles:

$$m_1 g - F_1 = m_1 a_1$$

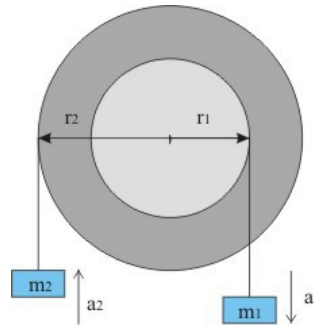
$$F_2 - m_2 g = m_2 a_2$$

$$r_1 F_1 - r_2 F_2 = J \alpha$$

Velja še  $\alpha = a_1/r_1 = a_2/r_2$

Sledi:

$$\alpha = (r_1 m_1 g - r_2 m_2 g) / (J + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2)$$

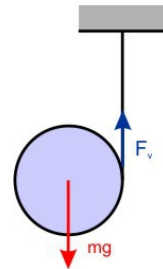


2. S kolikšnim pospeškom pada na vrv navito vreteno?

$$a = g / (1 + J/mr^2) = \text{konst} \quad \rightarrow \quad h = v^2/2a = v^2/2g \cdot (1 + J/mr^2)$$

$$mgh = mv^2/2 \cdot (1 + J/mr^2) = mv^2/2 + J\omega^2/2 = mv_T^2/2 + J_T\omega^2/2$$

Potencialna energija se spremeni v translacijsko kinetično težišča in rotacijsko energijo okoli težišča.



3. Telo z maso  $m_1$  po vodoravni gladki podlagi vleče preko škripca speljana vrvica, na kateri visi utež z maso  $m_2$ . Pri tem vrvica ne drsi po škripcu. Polmer in vztrajnostni moment škripca sta  $r$  in  $J$ . Določi pospešek uteži!

Na utež z maso  $m_2$  delujeta teža in sila vrvi  $F_{v2}$ :

$$m_2 g - F_{v2} = m_2 a$$

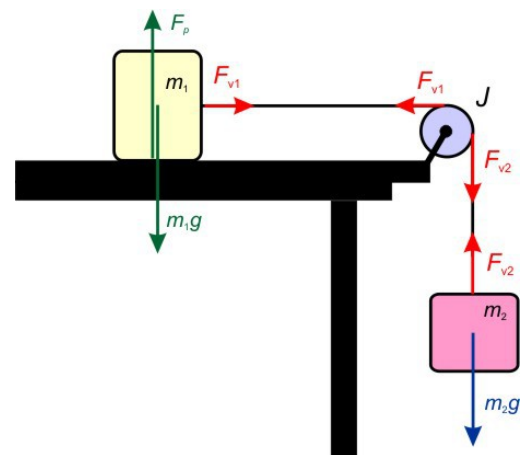
Telo z maso  $m_1$  na podlagi pospešuje sila  $F_{v1}$ , (ki je manjša od sile  $F_{v2}$  zaradi pospeševanja škripca).

Velja  $F_{v1} = m_1 a$ .

$$\text{Za škripec velja } (F_{v2} - F_{v1})r = J \alpha \quad a = r \alpha$$

Pospešek spuščanja uteži je:  $a = m_2 g / (m_1 + m_2 + J/r^2)$  □

Škripca ni treba upoštevati, če je  $J/r^2 \ll m_1 + m_2$ .



4. Kolo v obliki valja z maso 2 kg in polmerom 0,5 m se vrti s kotno hitrostjo  $2 \text{ s}^{-1}$ .
- S kolikšnim stalnim navorom moramo delovati nanj, da se ustavi po enem obratu?
  - Kolikšno delo pri tem opravimo?

$$A = \Delta W_k \quad M \phi = \frac{1}{2} J \omega_0^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega_0^2 / 2 = m r^2 \omega_0^2 / 4$$

$$M = \frac{1}{2} J \omega_0^2 / \phi = \frac{1}{2} m r^2 \omega_0^2 / 2 \phi = m r^2 \omega_0^2 / 4 \phi = 1/4 \pi \cdot \text{Nm} = 0,08 \text{ Nm}$$

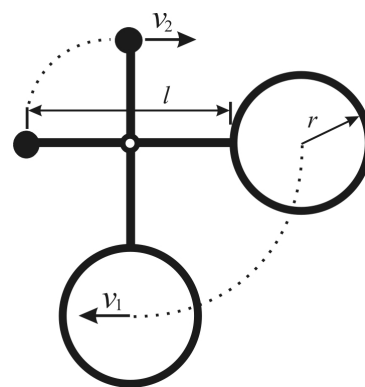
$$A = \Delta W_k = 0 - \frac{1}{2} J \omega_0^2 = -\frac{1}{2} m r^2 \omega_0^2 / 2 = -m r^2 \omega_0^2 / 4 = -\frac{1}{2} J$$

5. Na robu okrogle plošče z maso 100 kg in polmerom 3 m, ki se lahko vrti okoli navpične središčne osi, stoji človek z maso 80 kg. Ta ustrelj s puško vodoravno pravokotno na polmer plošče. Izstreljena krogla ima maso 10 g in hitrost 800 m/s. S kolikšno kotno hitrostjo se začne vrteti plošča s človekom? Človeka obravnavaj kot točkasto telo.

$$m_1 v_1 R = \left( mR^2 + \frac{MR^2}{2} \right) \omega \quad \omega = \frac{m_1 v_1 R}{mR^2 + \frac{MR^2}{2}} = 0,0205 \text{ rad/s} = 1,2^\circ / \text{s}$$

7. 10 m visok telefonski drog prežagamo v višini 2 m od tal. S kolikšno hitrostjo udari vrh droga ob tla? Padajoči del se vrti okoli točke, kjer je drog bil prežagan.

8. Na konec  $l=1$  m dolge palice, ki je vrtljiva okoli središča, pritrdimo tanek obroč z radijem  $r=0,5$  m, na drug konec pa majhno kroglico. Masa kroglice je  $m_1=1$  kg, masa obroča je  $m_2=2$  kg in masa palice je  $m_3=1$  kg. Palico z obročem in kroglico postavimo v vodoravni položaj in ju spustimo. S kolikšno hitrostjo ( $v_1$ ) se giblje središče obroča in s kolikšno hitrostjo ( $v_2$ ) se giblje majhna kroglica, ko je palica z obročem in kroglico v navpični legi?



Predpostavimo, da je v začetnem stanju potencialna energija kroglice, palice in obroča enaka nič, ter zapišimo:

$$0 = -m_2 g \left( \frac{l}{2} + r \right) + m_1 g \frac{l}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \text{ kjer je } J \text{ vztrajnostni moment:}$$

$$J = m_1 \left( \frac{l}{2} \right)^2 + m_2 r^2 + m_2 \left( \frac{l}{2} + r \right)^2 + \frac{m_3 l^2}{12} = 2,833 \text{ kgm}^2.$$

$$\text{Sledi, da je } \omega = 3,2 \frac{1}{\text{s}},$$

$$\text{hitrost } v_1 = \omega \left( \frac{l}{2} + r \right) = 3,2 \text{ m/s in hitrost } v_2 = \omega \frac{l}{2} = 1,6 \text{ m/s.}$$

9. Z iste višine spustimo po klancu navzdol valj, obroč in kroglo. Kolikšno je razmerje njihovih hitrosti ob vznožju klanca?

10. Na klancu z naklonom  $30^\circ$  mirujeta kvader z maso 7 kg in krogla z maso 5 kg, ki sta med sabo povezana z breztežno palico, ki veže težišče kvadra in gred krogle. S kolikšnim pospeškom se gibljeta telesi po klancu, če je koeficient trenja med kvadrom in podlago 0,2?

