

## 2. izpit 2001/02

1. Podani sta funkciji

$$f(x) = \begin{cases} x & | & x \geq 0 \\ -1 & | & x < 0 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} \sin x & | & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & | & \text{sicer} \end{cases}.$$

Izračunaj oba kompozituma  $f \circ g$  in  $g \circ f$  ter ju tudi skiciraj.

[Rešitev:

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} \sin x & | & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -1 & | & -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ 0 & | & \text{sicer} \end{cases}$$

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} \sin x & | & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & | & x \geq \frac{\pi}{2} \\ -\sin 1 & | & x < 0 \end{cases}$$

2. Za funkcijo  $f(x) = \arctan \frac{x^2}{1-x}$  izračunaj ekstreme ter določi intervale naraščanja in padanja. Izračunaj še drugi odvod.

[Rešitev:  $f'(x) = \frac{2x-x^2}{x^4+x^2-2x+1}$ ,  $E_1(0,0)$ -MIN,  $E_2(2, \arctan(-4))$ -MAX,  $f$  narašča:  $(1, 1) \cup (1, 2)$ ,  $f$  pada:  $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$  in  
 $f''(x) = \frac{(2-2x)(x^4+x^2-2x+1) - (2x-x^2)(4x^3+2x-2)}{(x^4+x^2-2x+1)^2}$ .]

3. Preveri ali je zaporedje  $a_n = \frac{-n+2}{n^2-3n+1}$  monotono in omejeno. Izračunaj še limito, če obstaja.

[Rešitev: zaporedje ni monotono ( $a_1 < a_2$  in  $a_2 > a_3$ ), je omejeno ( $m = -1$ ,  $M = 0$ ) in limita je 0.]

4. Poišči rešitve naslednjega sistema

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 0 \\ x + y + z &= 2 \\ -3x + y - z &= -8. \end{aligned}$$

[Rešitev:  $x = 2$ ,  $y = -1$  in  $z = 1$ .]