

5. izpit 2001/02

1. Računsko in grafično reši neenačbo $x^2 + 2|x - 1| - 2 \leq 0$.

[Rešitev: $x \in [0, -1 + \sqrt{5}]$.]

2. Izračunaj vse kar je mogoče s pomočjo prvega in drugega odvoda za funkcijo $f(x) = xe^{-x^2}$ in jo skiciraj.

[Rešitev: $D_f : \mathbb{R}$, liha, ničla: $x = 0$; vodoravna asimptota $y = 0$; ekstremi: $E_1(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{1}{2}})$ -mak., $E_2(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{1}{2}})$ -min.; prevoji: $P_1(0, 0)$, $P_2(\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}})$ in $P_3(-\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}e^{-\frac{3}{2}})$; narašča na $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ in pada drugje; konveksna na $(-\sqrt{\frac{3}{2}}, 0) \cup (\sqrt{\frac{3}{2}}, \infty)$ in konkavna drugje.]

3. Podana je funkcija $f(x) = x^2 - 3x + 2 - \frac{2}{x}$. Izračunaj $f(A)$, če je A spodnja matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

[Rešitev: $f(A) = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.]

4. Podani sta funkciji $f(x) = \frac{1}{x}$ in $g(x) = x^4 - 2x^2 + 1$. Izračunaj oba kompozituma, ju skiciraj in preveri njuno sodost in lihost.

[Rešitev: $f \circ g = \frac{1}{(x-1)^2(x+1)^2}$; $g \circ f = \frac{(x-1)^2(x+1)^2}{x^4}$; obe sodi.]