

6. izpit 2001/02

1. Brez uporabe odvodov skiciraj funkcijo $f(x) = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 - 8}$. (Izračunaj D_f , ničle, asimptote in preveri sodost in lihost funkcije.)

[Rešitev: $D_f : \mathbb{R} \setminus \{2\}$, ni liha, ni soda, ničli: $x = \pm 1$ (sodi); pol: $x = 2$ in poševna asimptota $y = x$.]

2. Izračunaj limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x) \tan x$;
[Rešitev: 2.]

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \frac{x-1}{2}}{1-x}$.
[Rešitev: $-\frac{1}{2}$.]

3. Poišči rešitve naslednjega sistema

$$\begin{aligned} -x + y + 2z + v &= 1 \\ 2x + z + 2v &= 2 \\ x + y + z + v &= 1. \end{aligned}$$

[Rešitev: $x = \frac{1}{2}(1-v)$, $y = \frac{1}{2}(v-1)$, $z = 1-v$, $v \in \mathbb{R}$.]

4. Preveri ali je zaporedje $a_n = \frac{2n+3}{n^2+3n+2}$ monotono in omejeno. Izračunaj še limito, če obstaja.

[Rešitev: Zaporedje je monotono padajoče z limito 0. Torej je tudi omejeno z $M = a_1 = \frac{5}{6}$ in $m = 0$.]