

MATEMATIKA 1, 1. kolokvij

E-VS, RI-VS, izredni študij, 5.11.2005

1. Z matematično indukcijo dokaži:

$$\frac{1}{e} + \frac{1}{e^2} + \dots + \frac{1}{e^n} = \frac{e^n - 1}{e^{n+1} - e^n}.$$

2. Poišči realne rešitve neenačbe:  $2|x + 1| + |x - 5| \leq x + 8$ .

3. Dane so funkcije  $f(x) = \arcsin \frac{1}{2x}$ ,  $g(x) = e^{3x}$  in  $h(x) = \sqrt{-2x - x^2}$ .  
Poišči  $D_f$  in  $D_h$ . Zapiši predpise funkcij  $g^{-1}$ ,  $g \circ h$  in  $h \circ g$ .

REŠITVE:

1. formula velja

2.  $-\frac{5}{4} \leq x \leq \frac{11}{2}$

3.  $D_h = [-2, 0]$ ,  $D_f = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, \infty)$ ,  $g^{-1}(x) = \frac{1}{3} \ln x$ ,  $(g \circ h)(x) = e^{3\sqrt{-2x-x^2}}$ ,  $(h \circ g)(x) = \sqrt{-2e^{3x} - e^{6x}}$

**Ime in priimek:****Vpisna številka:**

Čas reševanja je 60 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljeni pripomočki: pisalo, ravnilo, kalkulator brez grafičnega zaslona. Rezultati izpita bodo objavljeni na naslovu <http://www.mp.feri.uni-mb.si/osebne/tepeh/rezultati.html>.

---

1. Dokaži, da je zaporedje s splošnim členom

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{2n^2 + 1}$$

monotono in omejeno ter izračunaj njegovo limito.

2. Nariši graf funkcije  $f(x) = (1+x)e^x$  tako, da poiščeš definicijsko območje, ekstreme in preučiš obnašanje na robovih definicijskega območja.
3. Ugotovi, katere izmed naslednjih vrst konvergirajo in izračunaj njihovo vsoto:

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$ ,

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \cdot 2^{-n}$ ,

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ .

**Ime in priimek:****Vpisna številka:**

Čas reševanja je 60 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljeni pripomočki: pisalo, ravnilo, kalkulator brez grafičnega zaslona. Rezultati izpita bodo objavljeni na naslovu <http://www.mp.feri.uni-mb.si/osebne/tepeh/rezultati.html>.

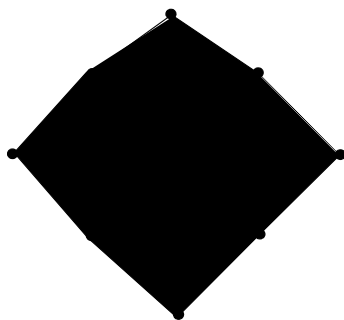
---

1. Dokaži, da je zaporedje s splošnim členom

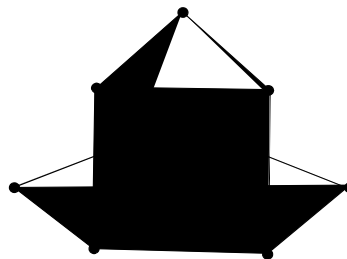
$$a_n = \frac{n^2 - 1}{2n^2 + 1}$$

monotono in omejeno ter izračunaj njegovo limito.

2. Nariši graf funkcije  $f(x) = (1+x)e^x$  tako, da poiščeš definicijsko območje, ekstreme in preučiš obnašanje na robovih definicijskega območja.
3. naloga:



G



H

- (a) Če sta grafa  $G$  in  $H$  na sliki izomorfna, poišči izomorfizem med njima, sicer utemelji, zakaj nista izomorfna.
- (b) Naj bo  $G$  graf simetrične relacije  $R$ . Ugotovi, ali je relacija  $R$  sovisna, strogo sovisna, refleksivna, irefleksivna, antisimetrična, tranzitivna. Odgovore utemelji.

**Ime in priimek:**

**Vpisna številka:**

Čas reševanja je 60 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljeni pripomočki: pisalo, ravnilo, kalkulator brez grafičnega zaslona. Rezultati izpita bodo objavljeni na naslovu <http://www.mp.feri.uni-mb.si/osebne/tepeh/rezultati.html>.

---

1. Poišči realne rešitve neenačbe

$$\frac{1}{|x|} - x > 2.$$

2. naloga:

(a) S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število  $n$  velja

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n + 1).$$

(b) Izračunaj limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \cdots + 2n}{3n^2 + 1}.$$

(c) Ali konvergira vrsta s splošnim členom

$$a_n = \frac{2 + 4 + 6 + \cdots + 2n}{3n^2 + 1} ?$$

3. Preuči funkcijo (poišči definicijsko območje, ničle, pole, asimptote, presečišče z osjo  $y$ , izračunaj prvi in drugi odvod in poišči ekstreme)

$$y = \frac{e^{x+1}}{x + 2}$$

in nariši njen graf .

**Ime in priimek:****Vpisna številka:**

Čas reševanja je 60 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljeni pripomočki: pisalo, ravnilo, kalkulator brez grafičnega zaslona. Rezultati izpita bodo objavljeni na naslovu <http://www.mp.feri.uni-mb.si/osebne/tepeh/rezultati.html>.

---

1. .

- (a) S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število  $n$  velja

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1).$$

- (b) Izračunaj limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{3n^2 + 1}.$$

- (c) Ali konvergira vrsta s splošnim členom

$$a_n = \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{3n^2 + 1} ?$$

2. Preuči funkcijo (poišči definicijsko območje, ničle, pole, asimptote, presečišče z osjo  $y$ , izračunaj prvi in drugi odvod in poišči ekstreme)

$$y = \frac{e^{x+1}}{x + 2}$$

in nariši njen graf .

3. Dan je (neusmerjeni) graf  $G$  na 9 točkah, označenih z  $1, 2, 3, \dots, 9$ , s povezavami. E: 12, 19, 23, 28, 34, 35, 38, 46, 48, 49, 56, 57, 67, 78, 88, 89.

- (a) Ali ima dani graf Eulerjev obhod? Odgovor utemelji.
- (b) Ali je ta graf Hamiltonov? Če je, poišči Hamiltonov cikel.
- (c) Na množici točk  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  grafa  $G$  definiramo relacijo:  $u \sim v \Leftrightarrow \deg u = \deg v$ . Pokaži, da je  $\sim$  ekvivalenčna relacija. Določi faktorsko množico  $V/\sim$ . Nariši relacijski (usmerjeni) graf za relacijo  $\sim$ . Kakšne so lastnosti relacije  $\sim$ ?

**Ime in priimek:****Vpisna številka:**

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljeni pripomočki: pisalo, ravnilo, kalkulator brez grafičnega zaslona, priročnik, A4-list s formulami. Rezultati izpita bodo objavljeni na naslovu <http://www.mp.feri.uni-mb.si/osebne/tepeh/rezultati.html>.

---

1. Poišči realne rešitve neenačbe  $|4x - 3| \leq |x + 1|$ .
2. Nariši graf funkcije  $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$  tako, da poiščeš definicijsko območje, ničle, pole, ekstreme, prevoje in preučiš obnašanje na robovih definicijskega območja.
3. naloga:
  - (a) Naj bo  $z = 1 + i$ . Izračunaj  $|z^n|$  in  $\text{Im } z^n$ , kjer je  $n$  naravno število.
  - (b) Izračunaj  $\sqrt[5]{2 + 3i}$ .
4. Ugotovi ali je vrsta

$$1 + \frac{41}{81} + \dots + \frac{4^n + 5^n}{9^n} + \dots$$

konvergentna in če je, izračunaj njeno vsoto.