

## INTEGRAL KOMPLEKSNE FUNKCIJE

1. Izračunaj  $\int_1^2 f(t)dt$ , če je  $f(t) = 3t - i \cos t$ . R:  $\frac{9}{2} - i(\sin 2 - \sin 1)$
2. Izračunaj  $\int_C |z| dz$ , kjer je  $C$  odsek premice, usmerjen od izhodišča do točke  $z = 2 + i$ . R:  $\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2}i$
3. Izračunaj  $\int_C \bar{z} dz$  med točkama  $z_1 = 0$  in  $z_2 = 4 + 2i$  po krivulji  $C$  z enačbo  $z = t^2 + it$ . R:  $10 - \frac{8}{3}i$
4. Izračunaj  $\int_C \cos \bar{z} dz$ , kjer je  $C$  odsek na imaginarni osi od točke  $z = 0$  do točke  $z = i$ . R:  $ish1$
5. Izračunaj  $\int_C |z| dz$ , kjer je  $C$  desni lok krožnice  $|z| = 1$  od točke  $z_1 = -i$  do točke  $z_2 = i$ . R:  $2i$
6. Izračunaj  $\int_0^i z \cos z dz$ . R:  $\frac{1-e}{e}$
7. Izračunaj  $\int_C \frac{\ln^3 z}{z} dz$ ,  $C: |z| = 1$  od točke 1 do  $i$ . R:  $\frac{\pi^4}{64}$
8. Izračunaj  $\int_C \frac{1+tgz}{\cos^2 z} dz$ , kjer je  $C$  odsek premice med točkama  $z_1 = 1$  in  $z_2 = i$ . R:  $ith1 - \frac{1}{2}th^21 - tg1 - \frac{1}{2}tg^21$
9. Izračunaj  $\int_C z Imz^2 dz$ , kjer je krivulja  $C = \{z; (|Imz| \leq 1) \wedge (Rez = 1)\}$  orientirana v smeri naraščanja  $Imz$ . R:  $-\frac{4}{3}$
10. Izračunaj  $\int_C \tan z dz$ ,  $C$  je del parabole  $y = x^2$  od točke  $z_1 = 0$  do točke  $z_2 = 1 + i$ . R:  $-\ln \cos(1 + i)$

## CAUCHYJEVA INTEGRALSKA FORMULA

1.  $\int_{|z|=1} \frac{\sin z}{z-i\frac{\pi}{6}} dz$ , R:  $-2\pi sh \frac{\pi}{6}$
2.  $\oint_{|z-i|=1} \sin z \frac{dz}{z-i}$ , R:  $2\pi i \sin i = -2\pi sh1$
3.  $\oint_C \frac{e^{z^2} dz}{z^2-6z}$ , kjer je  $C$  krožnica  $|z-2| = 1$ . R: 0, Nasvet: Cauchyjev integralni izrek
4.  $\oint_{|z-2|=3} \frac{e^{z^2} dz}{z^2-6z}$ , R:  $-\frac{\pi i}{3}$

5.  $\oint_{|z-2|=5} \frac{e^z dz}{z^2-6z}, \text{ R: } \frac{\pi i}{3} (e^{36} - 1)$
6. Upoštevaj Cauchyjevo izražavo analitišnih funkcij in izračunaj integral  $\oint_{\Gamma} \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz, \Gamma : |z| = 3, \text{ R: } 4\pi i$
7.  $\oint_{|z|=2} \frac{e^{zt} dz}{z^2+1}, t > 0, \text{ R: } 2\pi i \sin t$
8. Izračunaj  $\oint_{|z|=3} \frac{\cos(z+\pi i)}{z(e^z+2)} dz, \text{ R: } \frac{2}{3} i \pi \operatorname{ch} \pi$
9.  $\oint_{|z|=1} \frac{\sin z}{z^{38}} dz, \text{ R: } \frac{2\pi i}{37!}$
10.  $\oint_{|z-1|=1} \frac{\sin \pi z}{(z^2-1)^2} dz, \text{ R: } -\frac{\pi^2 i}{2}$
11.  $\oint_{|z|=2} \frac{chz}{(z+1)^3(z-1)} dz, \text{ R: } -\frac{\pi i}{2e}$
12.  $\oint_{|z|=r} \frac{dz}{(z-a)^n(z-b)}, n \in \mathbb{N}, |a| < r < |b|, \text{ R: } \frac{-2\pi i}{(b-a)^n}$
13.  $\oint_{|z|=1} \frac{(z-2)^3}{(2z-1)^3} dz, \text{ R: } \frac{-9\pi i}{8}$