

MATEMATIČNA INDUKCIJA

1. STOPNJA

S pomočjo matematične indukcije dokaži naslednje trditve:

1. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
2. $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$
3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{2^n - 1}{2^n}$
4. $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = (2n - 2)2^n + 2$
5. $8 \mid (3^{2n+2} - 8n - 9)$
6. $6 \mid n(n+1)(2n+1)$
7. $2^n > n$
8. $9 \mid 3 \cdot 4^{n+1} + 10^{n-1} - 4$
9. $1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n-1}n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$
10. $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$
11. $3 \mid (5^n + 2^{n+1})$
12. S pomočjo matematične indukcije preveri ali velja trditev: $6 \mid (3^n + 2 \cdot 5^{n+1} + 1)$

2. STOPNJA

1. $17 \mid 3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$
2. Dokaži Bernoullijevo neenakost $(1+x)^n > 1+nx$ za $n = 2, 3, \dots$; $x > -1$ in $x \neq 0$.
3. $(1-x)^n > 1-nx$, $n > 1$, $0 < x < 1$
4. $\sqrt{p^n} + \sqrt{q^n} \leq \sqrt{(p+q)^n}$, $p, q > 0$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$
5. Dokaži, da je število diagonal konveksnega n-kotnika enako $d_n = \frac{n(n-3)}{2}$ za $n \geq 4$.
6. $z^n = |z|^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$