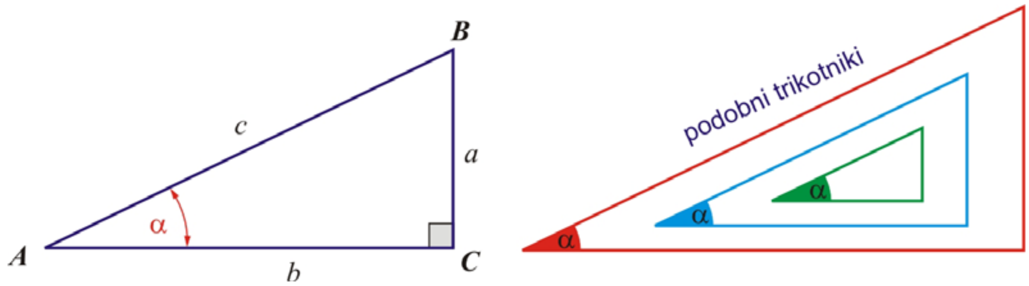
MATEMATIČNI UVOD

KOTNE FUNKCIJE

1. definiranje kotnih funkcij

Oglejmo si pravokotni trikotnik ABC, ki ima v oglišču A kot α, v oglišču C pa kot 90^0.

Za omenjeni trikotnik velja, da je razmerje poljubnih dveh stranic določeno s kotom α in je neodvisno od velikosti trikotnika (razmerje dveh stranic je enako za vse podobne trikotnike).



Razmerja posameznih stranic so definirana z naslednjimi funkcijami:

$$\boxed{\sin(\alpha)=\frac{a}{c}}, \qquad (1)$$

$$\boxed{\cos(\alpha)=\frac{b}{c}}, \qquad (2)$$

$$\boxed{tg(\alpha)=\frac{a}{b}=\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}}, \qquad (3)$$

$$\boxed{ctg(\alpha)=\frac{b}{a}=\frac{1}{tg(\alpha)}}. \qquad (4)$$

Ob upoštevanju, da je $c^2=a^2+b^2$, dobimo še naslednjo zvezo:

$$\boxed{\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1}. \qquad (5)$$

2. adicijski izreki

Adicijski izreki za posamezne funkcije:

$$\boxed{\sin(\alpha+\beta)=\sin(\alpha)\cos(\beta)+\cos(\alpha)\sin(\beta)} \tag{6}$$

$$\boxed{\cos(\alpha+\beta)=\cos(\alpha)\cos(\beta)-\sin(\alpha)\sin(\beta)} \tag{7}$$

$$\boxed{tg(\alpha+\beta)=\frac{tg(\alpha)+tg(\beta)}{1-tg(\alpha)tg(\beta)}} \tag{8}$$

$$\boxed{ctg(\alpha+\beta)=\frac{ctg(\alpha)ctg(\beta)-1}{ctg(\alpha)+ctg(\beta)}} \tag{9}$$

3. kotne funkcije dvojnih kotov

Ob upoštevanju adicijskih izrekov dobimo tudi izraza za kotne funkcije dvojnih kotov:

$$\boxed{\sin(2\alpha)=2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}, \tag{10}$$

$$\boxed{\cos(2\alpha)=\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)}, \tag{11}$$

$$\boxed{tg(2\alpha)=\frac{2tg(\alpha)}{1-tg^2(\alpha)}}, \tag{12}$$

$$\boxed{ctg(2\alpha)=\frac{ctg^2(\alpha)-1}{2ctg(\alpha)}}. \tag{13}$$

4. Vrednosti kotnih funkcij posameznih kotov

kot α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\mathrm{tg}(\alpha)$	$\mathrm{ctg}(\alpha)$
0^0	0	1	0	neskončno
30^0	1/2	√3/2	√3/3	√3
45^0	√2/2	√2/2	1	1
60^0	√3/2	1/2	√3	√3/3
90^0	1	0	neskončno	0

Velja še:

$$\boxed{\sin(90^0-\alpha)=\cos(\alpha)},\quad \boxed{\cos(90^0-\alpha)=\sin(\alpha)},$$

$$\boxed{\sin(180^0-\alpha)=\sin(\alpha)},\quad \boxed{\cos(180^0-\alpha)=-\cos(\alpha)},$$

$$\boxed{\sin(\alpha\pm 180^0)=-\sin(\alpha)},\quad \boxed{\cos(\alpha\pm 180^0)=-\cos(\alpha)}.$$