

2. domača naloga iz Matematike II

Določeni integrali, uporaba:

1. Izračunaj ploščino lika med krivuljo $y = x^2 + 4$ in abscisno osjo na intervalu $[-2, 3]$. R: $\frac{95}{3}$
2. Izračunaj ploščino lika med krivuljo $y = -\ln x$ in abscisno osjo na intervalu $[1, e]$ R: 1.
3. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta:
 - (a) krivulja $y = 1 - x^2$ in abscisna os, R: $\frac{4}{3}$
 - (b) krivulji $y = \frac{x^2}{4}$ in $y^2 = 4x$.
4. Izračunaj dolžino loka krivulje $y = \ln(1 - x^2)$ za $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.
5. Izračunaj dolžino loka krivulje $y = \ln(\cos x)$ za $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

Matrike, determinante, sistemi:

1. Določite vse vrednosti realnih parametrov a in b , pri katerih je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}2x + 3y + 5z &= 0 \\x + y + 2z - t &= 1 \\3x + (a + 3)y + 6z + (a - 3)t &= 1 \\x + 3y + 4z + (a + 1)t &= b\end{aligned}$$

- a) protisloven,
- b) enolično rešljiv.

Poišči splošno rešitev v primeru, ko ima sistem več rešitev.

R: Sistem je protisloven, če je $a = 0$ in b poljuben ali je $a = 2$ in $b \neq -3$. Sistem je enolično rešljiv, ko je $a \neq 0$ in $a \neq 2$. Sistem ima več rešitev, ko je $a = 2$, $b = -3$. Tedaj dobimo 1-parametrično družino rešitev $\{(4 + 4t, -1 - t, -1 - t, t), t \in \mathbb{R}\}$.

2. Določi matriko X tako, da bo $C + X = XA - CA$, če je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Določi x tako, da bo

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -x & 0 \\ 2 & x & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

4. Na dva načina (s pomočjo Cramerjevega pravila in Gaussove eliminacije) reši sistem enačb:

$$2x - y + z = 1$$

$$x + 2y - z = 2$$

$$x - y + 2z = 0. \quad R: \left(\frac{5}{6}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right).$$

5. Poišči rešitve enačbe:
$$\begin{vmatrix} 4 - \lambda & 2 & -5 \\ 6 & 4 - \lambda & -9 \\ 5 & 3 & -7 - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad R: 0 \text{ (dvojna ničla),}$$

1.

6. Poišči rešitve enačbe:
$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda & -3 & 3 \\ 3 & -5 - \lambda & 3 \\ 6 & -6 & 4 - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad R: -2 \text{ (dvojna}$$

ničla), 4.