

KOMPLEKSNA ŠTEVILA

1. STOPNJA

1. Poišči števila $z \in \mathbb{C}$, za katera je $Re(z + iz) = 0$. [$z = x + ix$]
2. Za katere vrednosti realnega števila $a \neq 0$ je slika kompleksnega števila $\alpha = 1 + ai$ bližje koordinatnemu izhodišču kot slika števila $\beta = 1 + \frac{i}{a}$? [$-1 < a < 1$]
3. Skiciraj množico točk v ravnini $A = \{z \in \mathbb{C}, Re(z^2) = 1\}$. [hiperbola $x^2 - y^2 = 1$]
4. Poišči rešitve enačbe $z^8 + z^4 - 12 = 0$. [$1 + i, -1 + i, -1 - i, 1 - i, \pm\sqrt[4]{3}, \pm\sqrt[4]{3}i$]
5. Reši enačbo $z^5 = -1 + i\sqrt{3}$. [$\sqrt[5]{2}(\cos(\frac{2\pi}{15} + \frac{2}{5}k\pi) + i\sin(\frac{2\pi}{15} + \frac{2}{5}k\pi))$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$.]
6. Poišči rešitve enačbe $|z| + z = 2 + i$, kjer je $z \in \mathbb{C}$. [$\frac{3}{4} + i$]
7. Skiciraj množico točk v kompleksni ravnini, ki ustrezajo sistemu neenačb:
 $|z - i| \leq 1, |z - 1| \leq 1$.
8. Reši enačbo $z^2 - iz = |z - i|$. [$i, \pm\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$]
9. Izračunaj $\frac{(1+i)^{100}}{(1-i)^{96} - i(1+i)^{98}}$. [$-\frac{4}{3}$]
10. Izračunaj $\sqrt[6]{1} \left[\pm 1, \pm \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \right]$ ter $\sqrt[3]{-1} \left[-1, \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \right]$.
11. Izračunaj $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{10}$ in $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{6000}$. [$\frac{1+i\sqrt{3}}{2}, 1$]