

VRSTE

1. Dano je zaporedje $a_k = \frac{1}{\sqrt{k+1}} - \frac{1}{\sqrt{k}}$. Določi delne vsote $s_n = \sum_{k=1}^n a_k$, dokaži, da je zaporedje delnih vsot s_n monotono in izračunaj vsoto vrste $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$.
R: $s_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}} - 1$, $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = -1$.
2. Pokaži, da je vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n+n}}$ konvergentna. Nasvet: kvocientni kriterij.
3. Razišči konvergenco vrste $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^n 1}{(2+\frac{1}{n})^n}$. R: konvergentna, Nasvet: korenski kriterij.
4. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^2}{(1+x^2)^n}$. Ali ta vrsta konvergira ali konvergira absolutno? R: Vrsta konvergira absolutno (torej tudi konvergira) za vsak x . Nasvet: kvocientni kriterij
5. Ugotovi, ali je vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ konvergentna in če je, izračunaj njeno vsoto. R: $\frac{1}{4}$, Nasvet: razišči zaporedje delnih vsot, metoda nedoločenih koeficientov.
6. Dana je vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n n!}{n^n}$. Ali je vrsta absolutno konvergentna? Ali je vrsta konvergentna? R: vrsta ne konvergira, Nasvet: da pokažeš, da vrsta ne konvergira absolutno, uporabi kvocientni kriterij. Da pokažeš, da vrsta ne konvergira, pokaži, da členi vrste naraščajo.
7. Ugotovi ali je vrsta $1 + \frac{41}{81} + \dots + \frac{4^n + 5^n}{9^n} + \dots$ konvergentna in če je, izračunaj njeno vsoto. R: $\frac{41}{20}$, Nasvet: vrsto zapiši kot vsoto dveh (konvergentnih) geometrijskih vrst.
8. Ugotovi ali konvergira vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^n}$. R: divergira, Nasvet: kvocientni kriterij.
9. Ugotovi ali konvergira vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^{4n}}$. R: konvergira, Nasvet: korenski ali kvocientni kriterij.