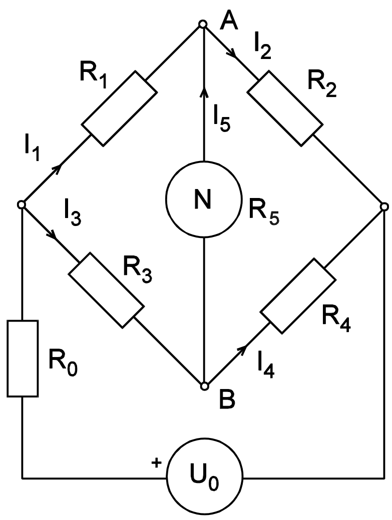
6. Merilni mostiči

Merilni mostiči so merilna vezja, sestavljena iz različnih elementov (uporov, kondenzatorjev, tuljav,...), s katerimi posredno merimo celo vrsto električnih in neelektričnih veličin. Princip merjenja je zasnovan na primerjavi neznane veličine z znano. S kakovostnimi elementi in dobro izvedenim merilnim postopkom lahko dosežemo visoke točnosti, tudi višje kot z nekaterimi vrstami merilnih instrumentov. Prav tako lahko s primernimi elementi in sestavljanjem mostičnih vezij merimo v območjih, ki jih z razpoložljivimi merilnimi instrumenti ne dosežemo. Uporaba merilnih mostičev je razširjena, najdemo jih praktično v vseh vejah elektrotehnike in izven nje.

Merilne mostiče delimo glede na napajalno napetost v dve vrsti: enosmerne in izmenične merilne mostiče. Enosmerni se uporabljajo za merjenje ohmske upornosti in veličin, ki se dajo izraziti s pomočjo ohmskih upornosti (temperatura, tlak, premik, upogib...), izmenični pa za merjenje vrste veličin: induktivnosti, kapacitivnosti, kakovosti kondenzatorjev in tuljav, frekvence, medsebojne induktivnosti itd.

6.1 Wheatstonov mostič

Wheatstonov mostič je vezava štirih v zanko povezanih uporov, na katero je v eno diagonalo priključena napajalna (enosmerna) napetost U_0 v drugo pa ničelni indikator *N* (Slika 6.1).



Slika 6.1: Vezje enosmernega Wheatstonovega mostiča

V stanju ravnovesja čez ničelni indikator ne teče noben tok, $I_5 = 0$ in velja

$$\begin{aligned} I_1 R_1 &= I_3 R_3 \\ I_2 R_2 &= I_4 R_4 \end{aligned} \tag{6.1}$$

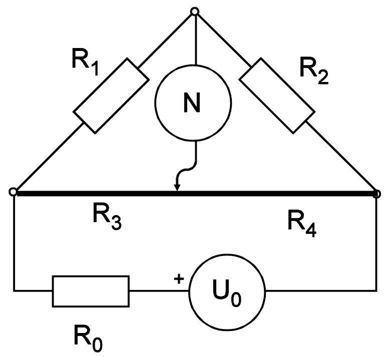
Ker je $I_1 = I_2$ in $I_3 = I_4$, dobimo iz obeh enačb ravnovesno enačbo mostiča

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \text{ ali v drugi obliki } R_1 R_4 = R_2 R_3 . \tag{6.2}$$

Iz treh znanih upornosti lahko izračunamo četrto, neznano. Vzemimo, da je to R_1:

$$R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4} . \tag{6.3}$$

Iz te enačbe sledita dve osnovni izvedbi Wheatstonovih mostičev za merjenje upornosti: točnejša, pri katerih je razmerje $\frac{R_3}{R_4}$ stalno, ravnovesje pa se doseže s spreminjanjem vrednosti dekadnega upora R_2 in manj točna (pogonska) izvedba, pri kateri je stalna vrednost upora R_2, ravnovesje pa se doseže s spreminjanjem razmerja $\frac{R_3}{R_4}$, oziroma kadar je namesto uporov R_3 in R_4 uporabljena kalibrirana uporovna žica, je razmerje $\frac{R_3}{R_4}$ odvisno od lege drsnika na njej (Slika 6.2).



Slika 6.2: Mostič s kalibrirano žico

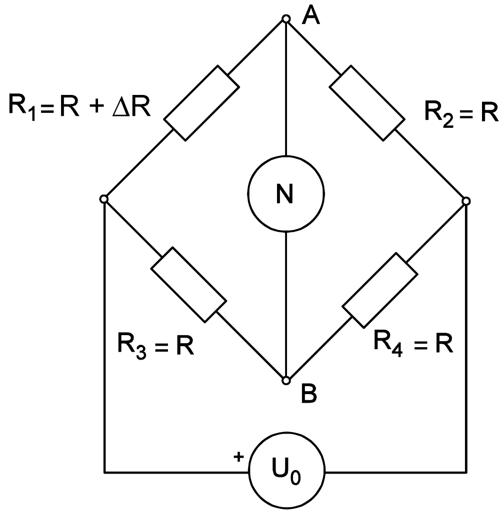
6.1.1 Odklonski Wheatstonov mostič

Odklonskih merilnih mostičev ne uravnovešamo, kazanje indikatorja N je sorazmerno merjeni veličini. Te mostiče uporabljamo za zvezno merjenje spremenljivih uporov, na primer uporovnih lističev, uporovnih termometrov itd. Zelo pogosto jih uporabljamo pri merjenju neelektričnih veličin.

Poznamo naslednje izvedbe odklonskih mostičev:

- **četrtinski,** pri katerem se spreminja upornost le ene veje,
- **dvočetrtinski,** pri katerem se spreminjata upornosti dveh nasproti ležečih vej v istem smislu (npr. R_1 in R_4),
- **polovični,** pri katerem se spreminjata upornosti dveh sosednjih vej tako, da je njuna vsota konstantna (npr. R_1 in R_2) in
- **polni,** pri katerem se dve upornosti (npr. R_1 in R_4) povečata natanko za toliko, za kolikor se ostali dve zmanjšata.

Primer četrtinskega mostiča je na sliki 6.3.



Slika 6.3: Četrtinski odklonski Wheatstonov mostič

Instrument N je v tem primeru voltmeter z veliko upornostjo, zato je napetost med točkama A in B

$$U_V = U_B - U_A = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4} - U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} . \tag{6.4}$$

Izraz uredimo:

$$U_V = U_0 \cdot \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} . \tag{6.5}$$

V začetku so vse štiri upornosti enake R. Po spremembi upornosti $R_1 = R + \Delta R$ je napetost

$$U_V = U_0 \cdot \frac{(R + \Delta R) \cdot R - R^2}{(2 \cdot R + \Delta R) \cdot 2 \cdot R} \tag{6.6}$$

in

$$U_V = \frac{1}{4} \cdot U_0 \cdot \frac{\frac{\Delta R}{R}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R}} . \tag{6.7}$$

Če je relativna sprememba upornosti majhna, lahko izraz še poenostavimo:

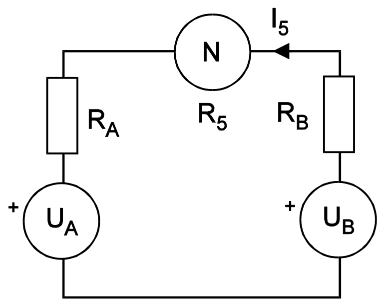
$$U_V \approx \frac{1}{4} \cdot U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R} \qquad \text{pri} \qquad \frac{\Delta R}{R} << 1 . \tag{6.8}$$

Pomemben vpliv na pogrešek merjenja ima voltmeter, zato ga moramo skrbno izbrati.

6.1.2 Občutljivost in meja pogreška mostiča

Občutljivost mostiča je njegova zelo pomembna lastnost, saj je od nje odvisno, koliko najmanjšo relativno spremembo merjene upornosti še zaznamo. Z njo je določena meja pogreška mostiča.

Za določitev občutljivosti in meja pogreška moramo izračunati najprej tok I_5 ničelnega indikatorja. Poenostavimo podano vezje Wheatstonovega mostiča tako, da upoštevamo idealni napetostni napajalni vir $(R_0 = 0)$. Nadomestno vezje je v tem primeru:



Slika 6.4: Nadomestno vezje enosmernega mostiča

$$U_A = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \; in \; U_B = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$
$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \; in \; R_B = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \tag{6.9}$$

Tok I_5 preko ničelnega indikatorja z upornostjo R_5 je

$$I_5 = \frac{U_B - U_A}{R_A + R_B + R_5}, \qquad \text{iz česar sledi}$$

$$I_5 = U_0 \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_5 (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}. \tag{6.10}$$

Praktično vedno opazujemo le razmere okoli ravnovesne lege, kjer je $I_5 = 0$ in

$$R_1 = R_{10} = \frac{R_2 R_3}{R_4}.$$

Občutljivost mostiča je definirana z

$$o = \left(\frac{dI_5}{dR_1}\right)_{R_1 = R_{10}} \qquad \text{in dobimo}$$

$$o = \frac{U_0 R_4}{R_{10} R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_{10} + R_2) + R_5 (R_{10} + R_2)(R_3 + R_4)}. \tag{6.11}$$

Zamenjajmo infinitezimalne spremembe s končnimi in upoštevajmo $R_{10} = \frac{R_2 R_3}{R_4}$.

Dobimo obliko

$$\frac{\Delta I_5}{\Delta R_1} = \frac{U_0}{R_{10} \cdot \left(R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \cdot \left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}}\right)\right)}. \tag{6.12}$$

Iz te enačbe določimo relativno spremembo upornosti $\frac{\Delta R_1}{R_{10}}$, ki spremeni tok ničelnega indikatorja za ΔI_5.

$$\frac{\Delta R_1}{R_{10}} = \frac{\Delta I_5}{U_0}\left(R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5\left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}}\right)\right) \tag{6.13}$$

Namesto ΔI_5 vzemimo najmanjši tok $\pm I_{5min}$, ki ga še opazimo na ničelnem indikatorju. Sedaj je (relativna) meja pogreška mostiča

$$e_{min} = \left(\frac{\Delta R_1}{R_{10}}\right)_{min} = \pm\frac{I_{5min}}{U_0}\left(R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5\left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}}\right)\right). \tag{6.14}$$

Izrazimo še upornosti v mostiču kot mnogokratnike merjene upornosti:

$$R_2 = m \cdot R_{10},\ R_3 = n \cdot R_{10},\ R_4 = m \cdot n \cdot R_{10}\ \ in\ \ R_5 = q \cdot R_{10}\,. \tag{6.15}$$

Sedaj je meja pogreška mostiča

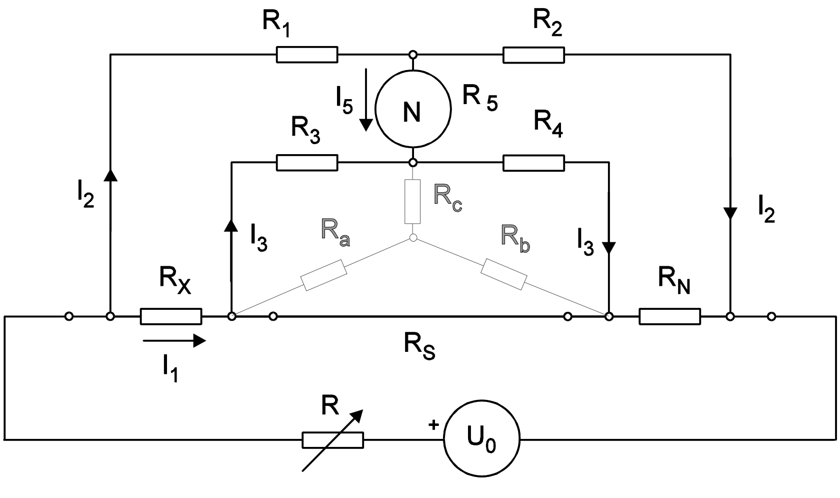
$$e_{min} = \pm\frac{I_{5min}}{U_0} R_{10}\left(1 + m + n + mn + q\left(\frac{1}{m} + 2 + m\right)\right). \tag{6.16}$$

Meja pogreška mostiča je odvisna tudi od merjene upornosti, zato je potrebno glede na njeno vrednost izbrati ostale elemente mostiča. Praktični primer je podan z laboratorijsko vajo.

Z Wheatstonovim mostičem merimo v območju od 0,1Ω do 10 MΩ, v praksi pa velikokrat postavimo spodnjo mejo na vrednost $1\,\Omega$. Spodnja meja je omejena z vplivi upornosti povezav med elementi mostiča, zgornja meja pa z občutljivostjo ničelnih indikatorjev.

6.2 Thomsonov mostič

Thomsonov (Kelvinov) mostič uporabljamo za merjenje upornosti od 0,1 μΩ do 1Ω. Slika 6.5 prikazuje vezavo Thomsonovega mostiča.



Slika 6.5: Vezje Thomsonovega mostiča

V ravnovesju $(I_5 = 0)$ veljajo naslednje enačbe:

$$
\begin{aligned}
I_2 R_1 &= I_1 R_x + I_3 R_3 \\
I_2 R_2 &= I_1 R_N + I_3 R_4 \\
I_3 &= I_1 \frac{R_s}{R_3 + R_4 + R_s}
\end{aligned}
\tag{6.17}
$$

Iz teh enačb sledi:

$$
R_X = R_N \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_4 R_s}{R_3 + R_4 + R_s}\left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right). \tag{6.18}
$$

Če dosežemo enakost razmerij:

$$
\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \tag{6.19}
$$

iz enačbe za R_X izpade člen, ki predstavlja motečo upornost povezave R_S in je

$$
R_X = R_N \frac{R_1}{R_2}. \tag{6.20}
$$

Tudi Thomsonov mostič mora biti dovolj občutljiv, s čimer se doseže zadovoljivo nizko mejo pogreška. Za določitev meje pogreška najprej transformiramo trikotnik uporov $R_3,\ R_4$ *in* R_S v zvezdo in dobimo tako Wheatstonov mostič, ter izračunamo mejo pogreška enako kot je že podano.

Za zvezdo uporov dobimo

$$
R_a = \frac{R_3 R_S}{R_3 + R_4 + R_S} \qquad R_b = \frac{R_4 R_S}{R_3 + R_4 + R_S} \qquad R_c = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_S}. \tag{6.21}
$$

Meja pogreška je

$$
e_m = \pm \frac{I_{5min}}{U}\left(R_X + R_a + R_b + R_N + R_1 + R_2 + (R_c + R_5)\left(\frac{R_1}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right) \tag{6.22}
$$

$R_X, R_a, R_b\ in\ R_N$ lahko zaradi majhnih vrednosti glede na $R_1\ in\ R_2$ zanemarimo in dobimo

$$
e_m = \pm \frac{I_{5min}}{U}(R_1 + R_2)\cdot\left(1 + (R_c + R_5)\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right). \tag{6.23}
$$

V praktičnih izvedbah je praviloma $R_1 = R_3\ in\ R_2 = R_4$, zato je

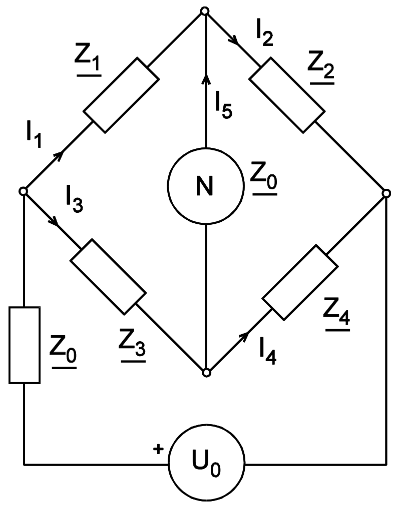
$$
e_m = \pm \frac{I_{5min}}{U}(R_1 + R_2)\cdot\left(2 + R_5 \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right). \tag{6.24}
$$

Vzamemo lahko še, da je $U \approx I(R_X + R_N)$ in dobimo

$$
e_m = \pm \frac{I_{5min}}{I(R_X + R_N)}(R_1 + R_2)\cdot\left(2 + R_5 \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right). \tag{6.25}
$$

6.3 Izmenični merilni mostič

Pri izmeničnih merilnih mostičih največkrat uporabljamo že znano vezje Wheatstonovega mostiča, napajanega iz izmeničnega sinusnega vira, sestavljenega iz štirih impedanc, vezanih v zanko. Ničelni indikator mora biti občutljiv instrument za merjenje izmeničnih veličin. Vezje je naslednje:



Slika 6.6: Vezje izmeničnega mostiča

V ravnovesju ($I_5 = 0$) mostiča velja

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 \underline{Z}_1 - \underline{I}_3 \underline{Z}_3 &= 0 \qquad & \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 \\ \underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{I}_4 \underline{Z}_4 &= 0 \qquad & \underline{I}_3 &= \underline{I}_4 \end{aligned} \tag{6.26}$$

in sledi

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4} \qquad ali \qquad \underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \,. \tag{6.27}$$

Če izrazimo impedance z realnimi in imaginarnimi komponentami, dobimo

$$(R_1 + jX_1) \cdot (R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2) \cdot (R_3 + jX_3) \,. \tag{6.28}$$

Iz česar sledita dva pogoja za ravnovesje:

$$\begin{aligned} R_1 R_4 - X_1 X_4 &= R_2 R_3 - X_2 X_3 \qquad in \\ R_1 X_4 + R_4 X_1 &= R_2 X_3 + R_3 X_2 \end{aligned} \tag{6.29}$$

Če pa impedance izrazimo v eksponentni obliki, je ravnovesna enačba

$$Z_1 \cdot e^{j\varphi_1} \cdot Z_4 . e^{j\varphi_4} = Z_2 \cdot e^{j\varphi_2} \cdot Z_3 \cdot e^{j\varphi_3} \,, \tag{6.30}$$

iz katere prav tako sledita dva pogoja za ravnovesje

$$\begin{aligned} Z_1 Z_4 &= Z_2 Z_3 \quad in \\ \varphi_1 + \varphi_4 &= \varphi_2 + \varphi_3 \end{aligned} \tag{6.31}$$

V izmeničnih merilnih mostičih je za nastavitev ravnotežja nujno imeti dva spremenljiva elementa. Ravnotežje se mora doseči po vrednostih in po faznih kotih. Oba pogoja morata biti izpolnjena istočasno.

Mejo pogreška izmeničnega mostiča dobimo z izrazom za enosmerni mostič, v katerem ohmske upornosti zamenjamo z impedancami. Dobimo

$$\underline{e_m} = \pm \frac{\underline{I_{5min}}}{\underline{U_0}} \left(\underline{Z_{10}} + \underline{Z_2} + \underline{Z_3} + \underline{Z_4} + \underline{Z_5} \left(\frac{\underline{Z_{10}}}{\underline{Z_2}} + 2 + \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_{10}}} \right) \right). \tag{6.32}$$

Če je ničelni indikator instrument z zelo visoko impedanco (npr. elektronski instrument, osciloskop), se zgornji izraz poenostavi v obliko

$$\underline{e_m} = \pm \frac{\underline{U_{5min}}}{\underline{U_0}} \left(\frac{\underline{Z_{10}}}{\underline{Z_2}} + 2 + \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_{10}}} \right). \tag{6.33}$$

Pri tem velja, da je $\underline{U_{5min}} = \underline{I_{5min}} \cdot \underline{Z_5}$.

Pri izmeničnih merilnih mostičih je več vplivov, ki povzročajo dodatne pogreške, kot pri enosmernih. Posebej omenimo vpliv medsebojnih induktivnosti in stresanih kapacitivnosti pri višjih frekvencah. Zato pazimo na medsebojno lego elementov mostiča, elemente oklopimo, uporabljamo oklopljene povezave med elementi mostiča. Za izločanje vpliva stresanih kapacitivnosti se uporablja tudi dodatno vezje, pomožni Wagnerjev mostič, s katerim dosežemo odpravo vpliva stresanih kapacitivnosti v ogliščih izmeničnega mostiča.

Izvedb, oziroma vrst izmeničnih merilnih mostičev je veliko, imajo zelo različna imena (Maxwellov, Wienov, Ownov, Scheringov, ...). Izvedba je velikokrat taka, da sta v dveh vejah mostiča čisti ohmski upornosti, v ostalih dveh pa impedanci, s čimer se poenostavita ravnovesni enačbi in se veličina, ki jo merimo, da enostavneje izračunati.