

## 5. Merjenje moči

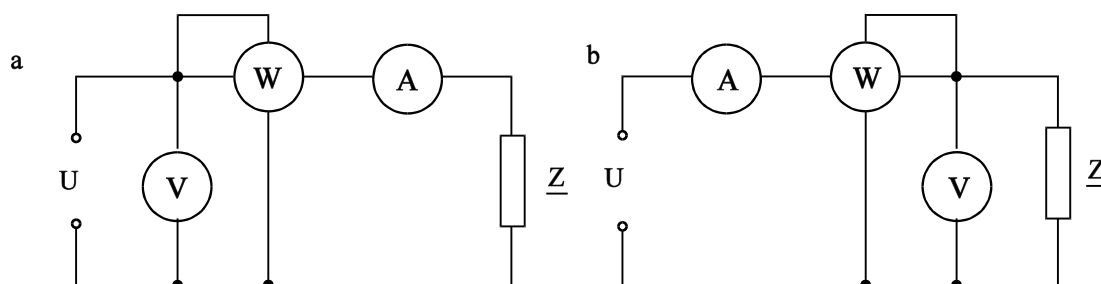
### 5.1 Merjenje delovne moči v enofaznih sistemih

V enofaznih izmeničnih sistemih najpogosteje merimo delovno moč  $P$ . Za področje nižjih frekvenc je praviloma uporabljen instrument vatmeter, ki je lahko elektrodinamični, elektronski, kazalni ali digitalni. Razen moči ob teh merjenjih merimo tudi tok in napetost, predvsem zaradi kontrole obremenitve tokovne in napetostne veje vatmetra, saj velja:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi, \quad (5.1)$$

kar pomeni, da lahko vatmeter kaže malo vrednost moči, kljub temu pa je mogoče, da je ena ali druga veja (tuljava) že močno preobremenjena. Posledica je lahko poškodba veje. Seveda instrument potem ni več uporaben.

Pri merjenju majhnih moči je potrebna korekcija zaradi porabe merilnih instrumentov. Zato je važno, katero vrsto merilnega vezja izberemo. Nekoliko ugodneje je, če opravimo korekcijo s podatki napetostnih vej, ki so pogosteje na razpolago, kot podatki tokovnih vej. Kot primer si oglejmo dve različni vezji.



Slika 5.1: Primera priklopa instrumentov pri merjenju moči.

Delovno moč  $P$  porabnika  $\underline{Z}$  v primeru a določimo z izrazom

$$P = P_W - I^2(R_{tW} + R_A) \quad (5.2)$$

Torej smo od moči, ki jo izmeri vatmeter, odšteli porabo tokovne veje vatmetra in ampermetra. Če pa predpostavimo, da je

$$P_W \approx P, \quad (5.3)$$

napravimo sistematski pogrešek

$$e = \frac{P_W - P}{P}, \quad (5.4)$$

katerega vrednost se da izračunati in na osnovi tega odločiti, če je taka poenostavitev sprejemljiva.

V primeru b pa izračunamo delovno moč  $P$  porabnika  $\underline{Z}$  z izrazom

$$P = P_W - U^2 \left( \frac{1}{R_{nW}} + \frac{1}{R_V} \right). \quad (5.5)$$

Od moči, ki jo izmeri vatmeter, smo odšteli porabo napetostne veje vatmetra in voltmetra, sistematski pogrešek pa izračunamo kot v primeru a.

Mogoče pa je ugotoviti, da je ob  $P_W \approx P$ , sistematski pogrešek dovolj majhen z vezavo a, kadar so manjši tokovi in višje napetosti, z vezavo b pa, kadar so večji tokovi in nižje napetosti. Seveda pa ostaja v veljavi tudi osnovna zahteva o čim večji notranji upornosti napetostnih vej in nizki upornosti tokovnih vej. Zaradi lažje ocenitve upornosti napetostnih vej v praksi pogosteje srečamo vezje b.

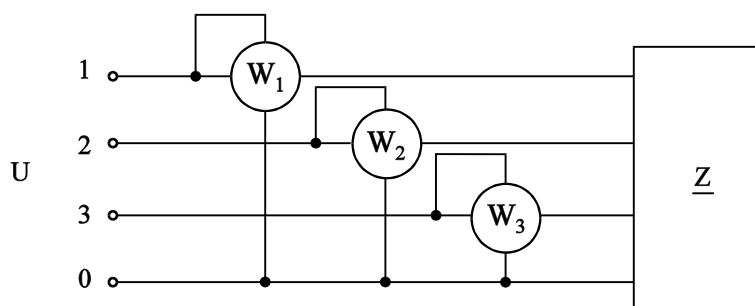
Posebno pazljivi moramo biti tudi pri merjenju delovne moči bremen z nizkim  $\cos \varphi$ . Če uporabljamo vatmeter s podatkom  $\cos \varphi_W = 1$ , kar pomeni, da instrument doseže polni (končni) odklon pri nazivni napetosti in toku, ter  $\cos \varphi = 1$ , je pri nizkem  $\cos \varphi$  porabnika kazanje vatmetra zelo malo, kar pa povzroča veliko merilno negotovost, ne glede na vrsto instrumenta. V takem primeru je potrebno uporabiti vatmetre, ki imajo polni odklon pri nižjih  $\cos \varphi$ , npr.  $\cos \varphi_W = 0,1$  ali  $0,2$ , pa celo do  $\cos \varphi_W = 0,05$ .

## 5.2 Merjenje delovne moči v trifaznih sistemih

V trifaznih sistemih s štirimi vodniki s tremi faznimi in nevtralnimi, je obremenitev v posameznih fazah najpogosteje različna. Zato se sme uporabiti le metoda s tremi vatmetri, pri čemer so tokovne veje instrumentov vključene v fazne vodnike, napetostne pa na ustrezne fazne napetosti. Tako meri vsak vatmeter delovno moč svoje faze, vsota njihovih moči pa je delovna moč v sistemu,

$$P = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} \quad (5.6)$$

Slika 5.2 prikazuje vezalno shemo za ta primer naslednja:



Slika 5.2: Vezje za merjenje moči s tremi W-metri.

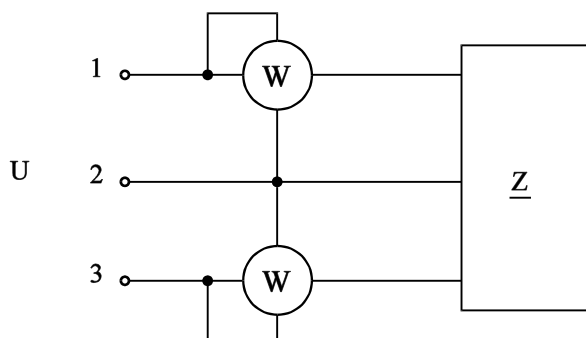
Le v primeru simetrične obremenitve je mogoče meriti z enim vatmetrom v eni fazi in je  $P = 3P_W$ .

Možno je tudi preklapljanje enega vatmetra iz ene v drugo in tretjo fazo in nato seštevanje vseh treh moči, vendar pa v takem primeru ni več zagotovljena istočasnost meritve v vseh fazah in vse spremembe moči med preklapljanjem se odražajo na končnem merilnem rezultatu, ki ga v takem primeru ni mogoče vezati na določen trenutek opazovanja sistema.

Vezavo s tremi vatmetri lahko uporabimo tudi v sistemih brez nevtralnega vodnika, vendar je treba v tem primeru z dodatno vezavo ustvariti umetno ničlišče.

V sistemih s tremi faznimi vodniki, kjer ni nevtralnega vodnika pa lahko uporabimo tudi vezavo z dvema vatmetroma, oziroma Aronovo vezavo. Porabnik je lahko simetričen ali pa ne. Način priključitve je naslednji: tokovni veji vatmetrov vežemo v dve fazi, napetostni veji pa z začetkom (npr. oznaka  $\sim$ ) priključimo na fazni vodnik v katerem je tokovna veja, konca napetostnih vej pa na fazni vodnik, kjer ni vatmetra.

Slika 5.3 prikazuje primer vezave:



Slika 5.3: Aronova vezava

Ni pomembno, v kateri fazi vežemo vatmetra, priključitev pa mora biti skladna z navedenim načinom.

Pojasnimo merjenje z Aronovo vezavo. Vsota trenutnih moči v posameznih fazah je skupna moč trifaznega sistema

$$p = u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3. \quad (5.7)$$

Ker ni nevtralnega vodnika, velja v vsakem trenutku

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad \text{in zato} \quad i_2 = -(i_1 + i_3). \quad (5.8)$$

Zato je trenutna moč

$$\begin{aligned} p &= u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot (-(i_1 + i_3)) + u_3 \cdot i_3 = \\ &= u_1 \cdot i_1 - u_2 \cdot i_1 - u_2 \cdot i_3 + u_3 \cdot i_3 = \\ &= i_1 \cdot (u_1 - u_2) + i_3 \cdot (u_3 - u_2) = i_1 \cdot u_{12} + i_3 \cdot u_{32} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Vatmetra sta priključena ustrezno temu izrazu, kažeta pa srednjo vrednost obeh sumandov. Zato lahko zapišemo:

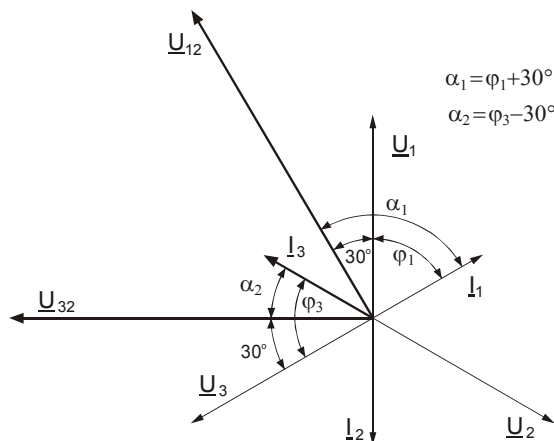
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_1 \cdot u_{12} \cdot dt + \frac{1}{T} \int_0^T i_3 \cdot u_{32} \cdot dt. \quad (5.10)$$

Pri sinusnih veličinah dobimo

$$P = I_1 \cdot U_{12} \cdot \cos \alpha_1 + I_3 \cdot U_{32} \cdot \cos \alpha_2, \quad \text{ozioroma} \quad (5.11)$$

$$P = P_{W1} + P_{W2}. \quad (5.12)$$

Kazalčni diagram je za nek poljubni ohmsko induktivni porabnik naslednji (Slika 5.4):



Slika 5.4: Kazalčni diagram pri R-L porabniku.

Glede na to lahko opazujemo izraz za delovno moč  $P$  trifaznega sistema tudi v obliki

$$P = I_1 \cdot U_{12} \cos(\varphi_1 + 30^\circ) + I_3 \cdot U_{32} \cos(\varphi_3 - 30^\circ). \quad (5.13)$$

Nekoliko enostavneje je opazovanje dogajanj za simetrične porabnike, torej pri vrednostih

$$I_1 = I_2 = I_3 = I \quad U_{12} = U_{23} = U_{32} = U \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \quad \text{in} \\ P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) + U \cdot I \cdot \cos(\varphi - 30^\circ). \quad (5.14)$$

Vatmetra bosta pokazala enako moč pri  $\varphi = 0^\circ$

$$P_1 = P_2 = U \cdot I \cdot \cos 30^\circ \\ \cos 30^\circ = \cos(-30^\circ), \quad (5.15)$$

v vseh drugih primerih pa različno. Pri  $\varphi = 60^\circ$  bo prvi vatmeter kazal nič, ker je

$$\cos(\varphi + 30^\circ) = \cos 90^\circ = 0 \quad \text{in je} \quad P = P_2, \quad (5.16)$$

pri kotih  $\varphi > 60^\circ$  pa je kazanje prvega vatmetra negativno in je treba skupno moč določiti z izrazom

$$P = P_2 - P_1. \quad (5.17)$$

Praktično pa v teh primerih postopamo tako: vežemo po osnovni vezalni shemi, če sta po priključitvi kazanja obeh vatmetrov pozitivni, rezultata seštejemo. Če eden od obeh vatmetrov pokaže negativno, pomeni, da je  $\varphi > 60^\circ$  (prvi vatmeter pri ohmsko induktivnem porabniku, drugi pri ohmsko kapacitivnem porabniku). Pri kazalčnih instrumentih zamenjamo napetostne sponke tega vatmetra (v breznapetostnem stanju!!) in njegovo kazanje (zaradi zamenjave sedaj pozitivno) odštejemo od kazanja drugega vatmetra. Pri digitalnih vatmetrih je predznak izpisan na številčnici.

Velja torej naslednji način izračuna celotne delovne moči  $P$

	<i>R – L porabnik</i>	<i>R – C porabnik</i>	
$\varphi < 60^\circ$	$P = P_1 + P_2$	$P = P_1 + P_2$	(5.18)
$\varphi = 60^\circ$	$P = P_2 (P_1 = 0)$	$P = P_1 (P_2 = 0)$	
$\varphi > 60^\circ$	$P = P_2 - P_1$	$P = P_1 - P_2$	

Iz navedenih izrazov lahko takoj ugotovimo, da merilna negotovost moči  $P$  narašča pri porabnikih, ki so pretežno jalovi, torej pri nizkem  $\cos \varphi$ , posebej tudi zato, ker za določitev končnega rezultata uporabimo odštevanje.

### 5.3 Merjenje jalove moči z Aronovo vezavo

Z enakim vezjem in instrumenti lahko v trifaznem sistemu izmerimo tudi jalovo moč  $Q$  porabnika Z. Vzemimo primer simetričnega sistema z ohmsko induktivnim porabnikom in tvorimo razliko kazanj obeh vatmetrov:

$$\begin{aligned}
 \Delta &= P_2 - P_1 = U \cdot I \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) - U \cdot I \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = \\
 &= U \cdot I \cdot (\cos \varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ) - U \cdot I \cdot (\cos \varphi \cdot \cos 30^\circ - \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ) = \\
 &= U \cdot I \cdot (\cos \varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ - \cos \varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ) = \\
 &= 2 \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ = U \cdot I \cdot \sin \varphi
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Jalova moč simetričnega porabnika je

$$\begin{aligned}
 Q &= \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi, \text{ oziroma} \\
 Q &= \sqrt{3} \cdot \Delta \text{ in} \\
 Q &= \sqrt{3} \cdot (P_2 - P_1).
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Tudi v tem primeru pride pri  $\varphi > 60^\circ$  do sprememb smeri (predznaka) kazanja enega vatmetra, odvisno od vrste porabnika in velja tabela za izračun jalove moči:

	<i>R – L porabnik</i>	<i>R – C porabnik</i>	
$\varphi < 60^\circ$	$Q = \sqrt{3} \cdot (P_2 - P_1)$	$Q = \sqrt{3} \cdot (P_1 - P_2)$	(5.21)
$\varphi = 60^\circ$	$Q = \sqrt{3} \cdot P_2$	$Q = \sqrt{3} \cdot P_1$	
$\varphi > 60^\circ$	$Q = \sqrt{3} \cdot (P_2 + P_1)$	$Q = \sqrt{3} \cdot (P_1 + P_2)$	

### 5.4 Merjenje delovne moči z osciloskopom

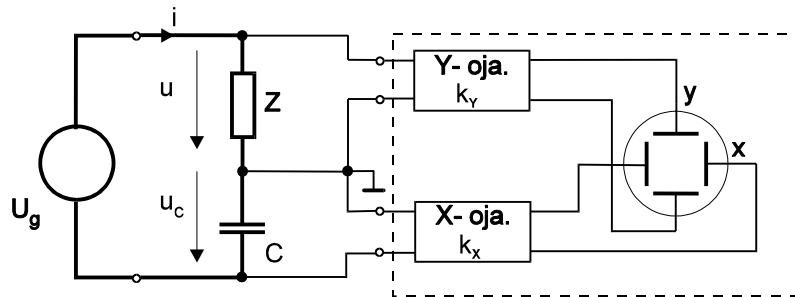
Tak način merjenja je uporabljan za merjenje majhnih delovnih moči, samo pri izmeničnem napajanju. Tok in napetost ne smeta imeti enosmerne komponente, ni pa nujno, da sta sinusna. Merilno vezje je na sliki 5.5.

Tok čez kondenzator je enak toku bremena in je

$$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}, \tag{5.22}$$

hkrati je delovna moč

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot C \frac{du_c(t)}{dt} \cdot dt = f \cdot C \cdot \oint u \cdot du_c. \quad (5.23)$$



Slika 5.5: Vežje za merjenje delovne moči z osciloskopom

Pojav se periodično ponavlja, zadnji izraz vsebuje integral po sklenjeni poti. Obe napetosti izmerimo z osciloskopom:

$$u = u_y = k_y \cdot y \quad (5.24)$$

$$u_c = -u_x = -k_x \cdot x \Rightarrow du_c = -k_x \cdot dx, \quad (5.25)$$

Z upoštevanjem enačb (5.24) in (5.25) izraz za moč (5.22) preoblikujemo v obliko

$$P = -f \cdot C \cdot k_x \cdot k_y \cdot \oint_L y \cdot dx. \quad (5.26)$$

Ker pa velja

$$\oint_L y \cdot dx = -\oint_L x \cdot dy, \quad (5.27)$$

izračunamo delovno moč z enačbo

$$P = f \cdot C \cdot k_x \cdot k_y \cdot A, \quad (5.28)$$

kjer je  $A$  je ploščina lika, ki jo omejuje sklenjena krivulja  $L$ . Če sta tok in napetost sinusne oblike, dobimo na zaslonu elipso, sicer pa ne.