

# Zbirka rešenih nalog iz Osnov elektrotehnike I

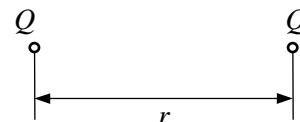
Prof. dr. Igor Tičar  
mag. Andrej Orgulan



## 1. Elektrostatično polje

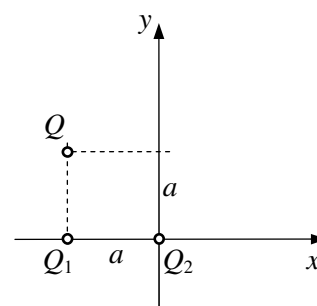
### 1.1. Coulombov zakon in električna poljska jakost

1. Dve mali telesi sta naelektreni z enako elektrino in oddaljeni 60 cm. S kakšno elektrino sta naelektreni, če delujeta ena na drugo s silo 0,9 N?

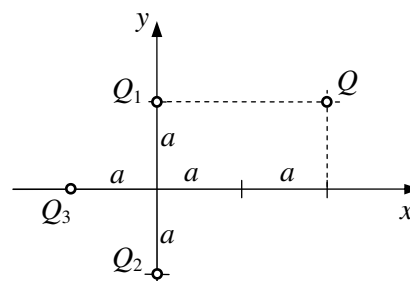


2. Koliko mora biti mali nosilec elektrine  $Q = 5 \cdot 10^{-6}$  As oddaljen od drugega, ki je nabit z elektrino  $Q_1 = 8 \cdot 10^{-6}$  As, da bo na  $Q_1$  delovala sila  $F_1 = 1$  N?

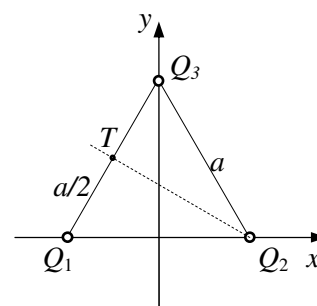
3. Izračunajte rezultantno silo na elektrino  $Q = 9 \cdot 10^{-8}$  As, ki jo povzročata elektrini  $Q_1 = 4 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_2 = 6 \cdot 10^{-6}$  As. Mali nosilci elektrin ležijo v ravnini, kot je prikazano na sliki. ( $a = 9$  cm)



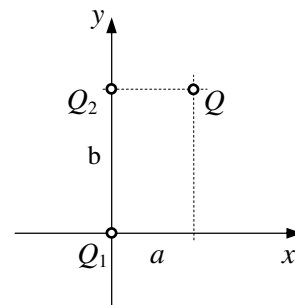
4. S kakšno silo delujejo točkaste elektrine  $Q_1 = -Q_2 = Q_3 = 18 \cdot 10^{-6}$  As na elektrino  $Q = 8 \cdot 10^{-6}$  As. Elektrine so nameščene v zraku kot je prikazano na sliki ( $a = 3$  cm).



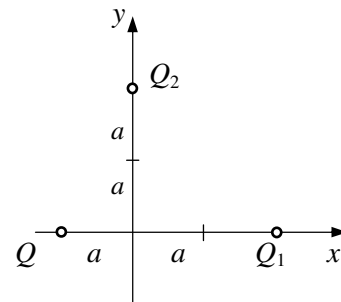
5. Točkasti nosilci elektrin  $Q_1 = -4 \cdot 10^{-6}$  As,  $Q_2 = 3 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_3 = Q_1$  so nameščeni v ogliščih enakostraničnega trikotnika s stranico  $a = 4$  cm. Izračunajte električno poljsko jakost, ki jo elektrine povzročajo na polovici zveznice med  $Q_1$  in  $Q_2$ .



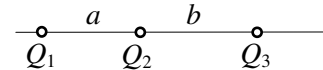
6. Točkasti nosilci elektrin  $Q_1$ ,  $Q_2$  in  $Q = 10^{-4}$  As so nameščeni v zraku, kot kaže slika ( $a=1,5$  cm,  $b= 2,6$  cm). Določite elektrini  $Q_1$  in  $Q_2$  tako, da bo na nosilec elektrine  $Q$  delovala sila  $\vec{F} = 866 \cdot \vec{i}_y$  N.



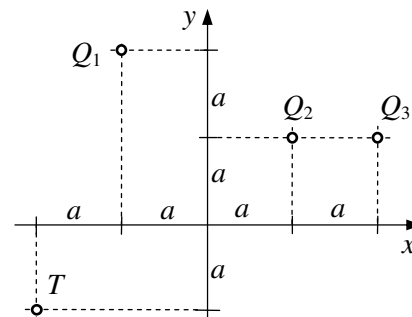
7. Izračunajte silo na nosilec elektrine  $Q = 10^{-6}$  As, ki je v elektrostatičnem polju elektrin  $Q_1 = 10^{-6}$  As in  $Q_2$ . Kolika je elektrina  $Q_2$ , če deluje med  $Q_2$  in  $Q$  sila  $\vec{F}_2 = -1,8 \cdot \vec{i}_y$  N? Nosilci elektrin so v zraku in nameščeni kot kaže slika ( $a=1$  cm).



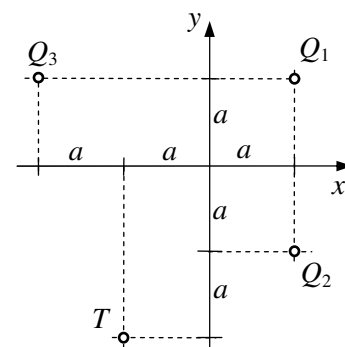
8. Trije točkasti nosilci elektrine so nanizani na tanki vrvi tako, da se lahko prosto premikajo (v smeri vrvice). Izračunajte kakšna mora biti elektrina  $Q_2$  in razdalja  $b$ , da bodo vsi nosilci elektrin mirovali, če sta dani elektrini  $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$  As,  $Q_3 = 8 \cdot 10^{-6}$  As in razdalja  $b = 8$  cm.



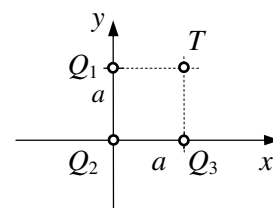
9. Izračunajte električno poljsko jakost, ki jo v točki  $T$  povzročajo tri točkaste elektrine  $Q_1 = 10^{-6}$  As,  $Q_2 = -4 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_3 = 2 \cdot 10^{-6}$  As, razporejene kot kaže slika ( $a = 2$  cm).



10. Izračunajte električno poljsko jakost, ki jo v točki  $T$  povzročajo tri točkaste elektrine  $Q_1 = 3 \cdot 10^{-6}$  As,  $Q_2 = -6 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_3 = 10^{-6}$  As, razporejene kot kaže slika ( $a = 6$  cm).

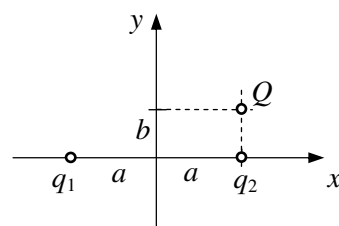


11. Trije točkasti naboji povzročajo v točki  $T=(a,a)$  električno poljsko jakost  $\vec{E} = (16 \cdot \vec{i}_x - 20 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^4$  V/m. Kolik je naboj  $Q_3$ , če sta  $Q_1=18 \cdot 10^{-8}$  As in  $Q_2=-10 \cdot 10^{-8}$  As ( $a=9$  cm)

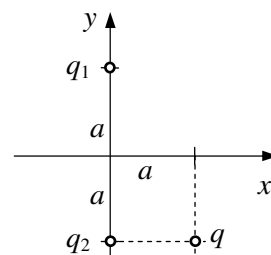


12. Dva prema naboja se privlačita s silo 3 N/m. Eden od drugega sta oddaljena za  $d = 4$  cm. Kolika je vrednost  $Q_2$  na dolžini 18 cm, če je znan preni naboj  $q_1 = 6 \cdot 10^{-6}$  As/m?

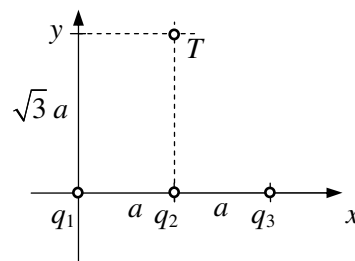
13. Izračunajte silo, ki jo dve preni elektrini  $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-6}$  As/m povzročata na točkasti naboj  $Q = 3 \cdot 10^{-5}$  As, če so elektrine nameščene tako kot je prikazano na sliki ( $a = 5$  cm,  $b = 2,9$  cm).



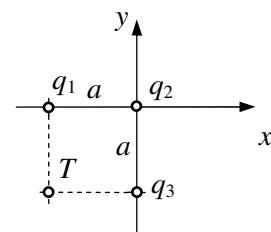
14. Izračunajte silo na enoto dolžine, ki deluje na premo elektrino  $q = 2 \cdot 10^{-8}$  As/m, v elektrostatičnem polju, ki ga povzročata drugi preni elektrini  $q_1 = 5 \cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_2 = 1 \cdot 10^{-6}$  As/m. Naboji so razporejeni kot je prikazano na sliki ( $a = 6$  cm).



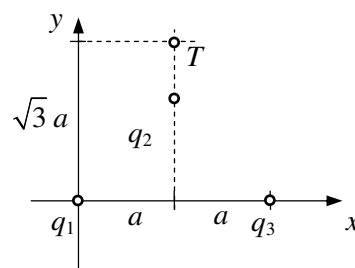
15. Naboji  $q_1 = 4 \cdot 10^{-6}$  As/m,  $q_2$  in  $q_3 = 4 \cdot 10^{-6}$  As/m so razporejeni, kot je prikazano na sliki. V točki  $T = (a, a \cdot \sqrt{3})$  povzročajo električno poljsko jakost  $\vec{E} = 7,79 \cdot 10^5 \cdot \vec{1}_y$  V/m. Kolika je prena elektrina  $q_2$ ? ( $a = 4$  cm)



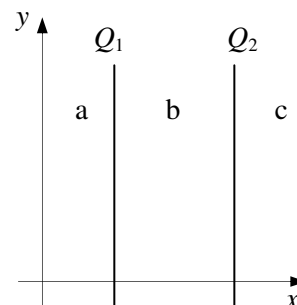
16. Izračunajte električno poljsko jakost, ki jo v točki  $T = (-a, -a)$  povzročajo tri prene elektrine  $q_1 = q_2 = q_3 = 6 \cdot 10^{-7}$  As/m ( $a = 9$  cm).



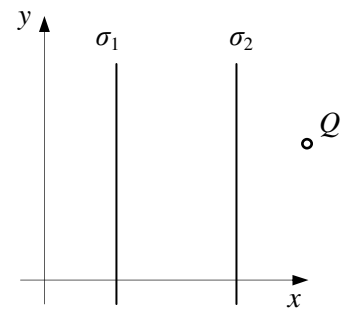
17. Določite lego (koordinate) prene elektrine  $q_2$  tako, da bo vrednost električne poljske jakosti v točki  $T = (a, a \cdot \sqrt{3})$  enaka nič, če so elektrine  $q_1 = -5 \cdot 10^{-6}$  As/m,  $q_2 = 3,17 \cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_3 = -5 \cdot 10^{-6}$  As/m razporejene kot kaže slika.



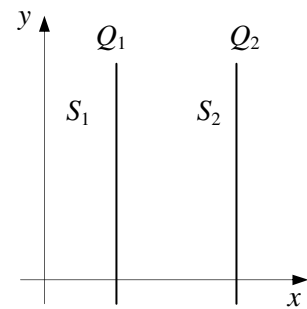
18. Določite električne poljske jakosti, ki jih v prostorih a, b in c povzročata elektrini  $Q_1 = 5 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_2 = -8 \cdot 10^{-6}$  As nakopičeni na dveh vzporednih ploščah s površino  $S = 20$  cm<sup>2</sup> in oddaljeni ena od druge za  $d = 1$  cm.



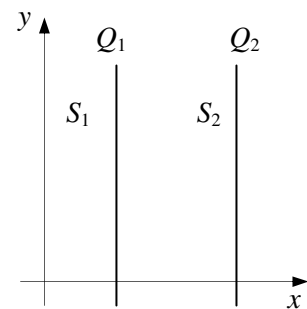
19. Izračunajte silo na točkasto elektrino  $Q=2\cdot 10^{-6}$  As, ki je v elektrostatičnem polju dveh ravninskih elektrin  $\sigma_1 = 4\cdot 10^{-6}$  As/m<sup>2</sup> in  $\sigma_2 = -6\cdot 10^{-6}$  As/m<sup>2</sup> razporejenih kot kaže slika.



20. V prostoru ležita dve vzporedni naelektreni ravnini. Na prvi s površino  $A_1=2$  m<sup>2</sup> je nabrana elektrina  $Q_1=8\cdot 10^{-6}$  As, na drugi s površino  $A_2=3$  m<sup>2</sup> je nabrana elektrina  $Q_2=-6\cdot 10^{-6}$  As. Določite silo na enoto površine  $A_2$ , če predpostavimo homogeno polje.



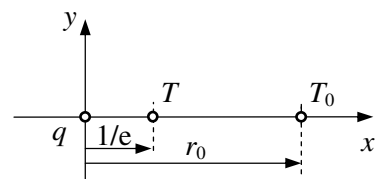
21. V prostoru ležita dve vzporedni naelektreni ravnini. Na prvi s površino  $A_1=2$  m<sup>2</sup> je nabrana elektrina  $Q_1=16\cdot 10^{-6}$  As, na drugi s površino  $A_2=3$  m<sup>2</sup> je nabrana elektrina  $Q_2$ . Na površinsko enoto ravnine  $A_2$  deluje sila  $\vec{F}_2=0,9\cdot \vec{i}_x$  N/m<sup>2</sup>. Izračunajte velikost elektrine  $Q_2$ , če predpostavimo homogeno polje.



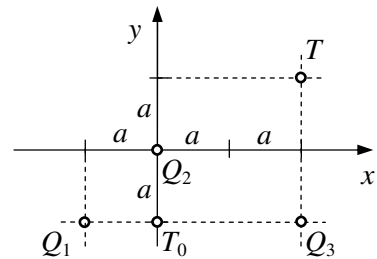
## 1.2. Električni potencial in napetost

22. Točkasta elektrina  $Q$  povzroča med dvema točkama na oddaljenosti  $r_1=2$  cm in  $r_2=5$  cm potencialno razliko  $U=1350$  kV. Kolika je elektrina  $Q$ ?
23. Točkasta elektrina  $Q=5\cdot 10^{-6}$  As povzroča med dvema točkama na oddaljenosti  $r_1$  in  $r_2=10$  cm napetost  $U=18$  kV. Kolika je razdalja  $r_1$ ?
24. Osamljena prema elektrina  $q=2\cdot 10^{-6}$  As/m visi prosto v zraku. Med dvema točkama na razdalji  $r_1=4$  cm in  $r_2$  od preme elektrine je napetost  $U=33,1\cdot 10^3$  V. Kolika je razdalja  $r_2$  in kolike so električne poljske jakosti na razdaljah  $r_1$  in  $r_2$ ?
25. Premi naboj  $q=2\cdot 10^{-6}$  As/m povzroča v točki T, ki je 3 m oddaljena od elektrine električni potencial  $V_T=36\cdot 10^3$  V. Določite oddaljenost do izhodišča potenciala.
26. Premi naboj  $q=3\cdot 10^{-6}$  As/m povzroča med točkama  $r_1=2$  m in  $r_2$  napetost  $U=59,3\cdot 10^3$  V. Na kakšni oddaljenosti je  $R_2$ ?
27. Premi naboj  $q=6\cdot 10^{-6}$  As/m povzroča med točkama, ki sta oddaljeni od njega za  $r_1$  in  $r_2=8$  cm, potencialno razliko  $U_{12}=50,76$  kV. Izračunajte oddaljenost  $r_1$ .

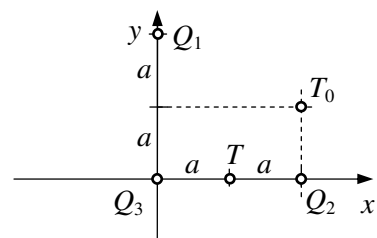
28. Kje je izhodišče potenciala, če povzroča prema elektrina  $q$  v točki  $T(1/e, 0)$ , električni potencial  $V_T = 3,6 \cdot 10^3$  V ( $q = 2 \cdot 10^{-7}$  As/m)



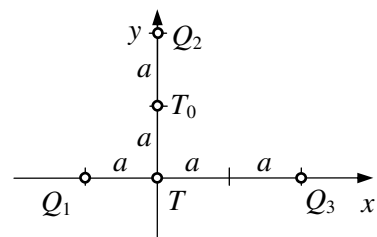
29. Izračunajte potencial v točki  $T=(2a, a)$ , ki ga povzročajo trije točkasti naboji  $Q_1 = -Q_2 = Q_3 = 6 \cdot 10^{-6}$  As, če je izhodišče potenciala v točki  $T_0=(0, -a)$  in je sistem v vakuumu ( $a = 6$  cm).



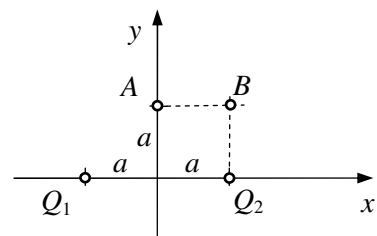
30. Izračunajte potencial v točki  $T=(a, 0)$ , ki ga povzročajo trije točkasti naboji  $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$  As,  $Q_2 = 4 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_3 = 8 \cdot 10^{-6}$  As, če je izhodišče potenciala v točki  $T_0=(2a, a)$  in je sistem v vakuumu ( $a = 8$  cm).



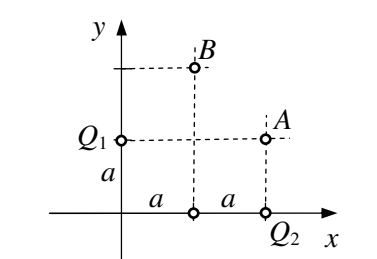
31. Izračunajte potencial, ki ga v točki  $T=(0, 0)$  povzročajo točkasti naboji  $Q_1 = 5 \cdot 10^{-6}$  As,  $Q_2 = -4 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_3 = 60 \cdot 10^{-6}$  As. Izhodišče potenciala je v točki  $T_0=(0, a)$ ,  $a = 6$  cm.



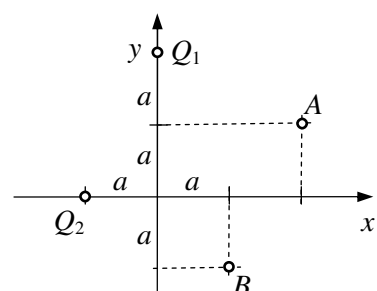
32. Izračunajte napetost  $U_{BA}$  med točkama B in A, ki jo povzročata dva točkasta naboja  $Q_1 = -4 \cdot 10^{-8}$  As in  $Q_2 = 6 \cdot 10^{-8}$  As. Izhodišče potenciala je v koordinatnem izhodišču,  $a = 5$  cm.



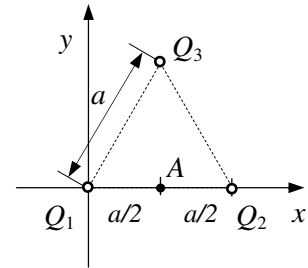
33. Izračunajte napetost  $U_{AB}$  med točkama  $A=(2a, a)$  in  $B=(a, 2a)$ , ki jo povzročata točkasti elektrini  $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_2 = 4 \cdot 10^{-6}$  As ( $a = 6$  cm).



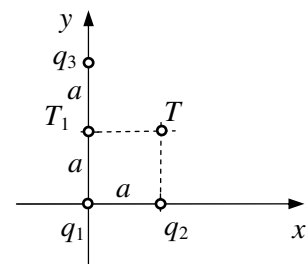
34. Izračunajte delo potrebno za prenos elektrine  $Q = 5 \cdot 10^{-6}$  As iz točke  $A = (2a, a)$  v točko  $B = (a, -a)$ , v elektrostatičnem polju, ki ga povzročata dve točkasti elektrini  $Q_1 = 6 \cdot 10^{-6}$  As in  $Q_2 = -9 \cdot 10^{-6}$  As ( $a = 5$  cm).



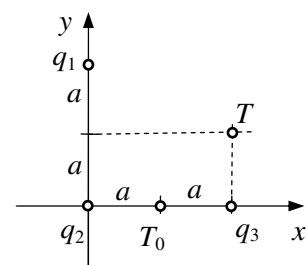
35. Izračunajte delo pri premiku točkaste elektrine v točko A. Pred premikom so elektrine nameščene v ogliščih enakostraničnega trikotnika.



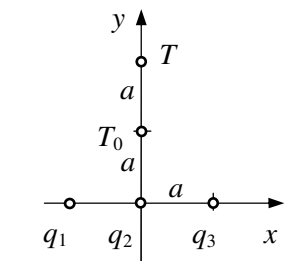
36. Izračunajte potencial, ki ga v točki  $T=(a, a)$  povzročajo tri preme elektrine:  $q_1=5\cdot 10^{-6}$  As/m,  $q_2=-4\cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_3=6\cdot 10^{-6}$  As/m. Izhodišče potenciala je v točki  $T_1=(0, a)$ . ( $a=4$  cm)



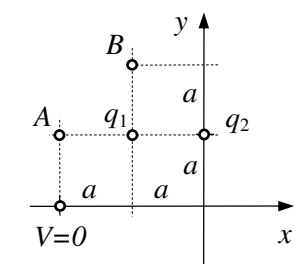
37. Izračunajte potencial, ki ga v točki  $T=(2a, a)$  povzročajo preme elektrine  $q_1=2\cdot 10^{-6}$  As/m,  $q_2=4\cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_3=8\cdot 10^{-6}$  As/m. Elektrine so razporejene kot je prikazano na sliki, izhodišče potenciala je v točki  $T_0=(a, 0)$  ( $a=10$  cm).



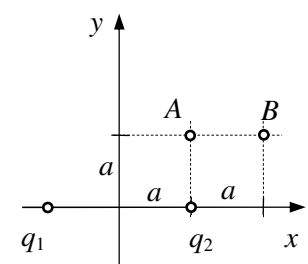
38. Izračunajte potencial, ki ga v točki  $T=(0, 2a)$  povzročajo preme elektrine  $q_1=4\cdot 10^{-6}$  As/m,  $q_2=5\cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_3=-6\cdot 10^{-6}$  As/m. Elektrine so razporejene kot je prikazano na sliki, izhodišče potenciala je v točki  $T_0=(0, a)$  ( $a=2$  cm).



39. Izračunajte napetost  $U_{AB}$  med točkama  $A=(-2a, a)$  in  $B=(-a, 2a)$ , ki jo povzročata premi elektrini  $q_1=2\cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_2=4\cdot 10^{-6}$  As/m ( $a=14,3$  cm).

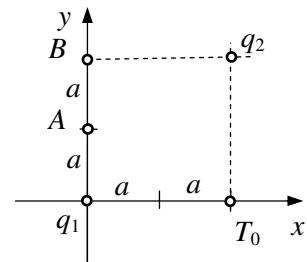


40. Izračunajte napetost  $U_{AB}$  med točkama  $A=(a, a)$  in  $B=(2a, a)$ , ki jo povzročata premi elektrini  $q_1=9\cdot 10^{-7}$  As/m in  $q_2=3\cdot 10^{-7}$  As/m. Izhodišče potenciala je v koordinatnem izhodišču ( $a=3$  cm).

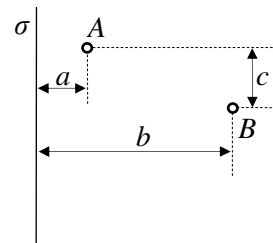




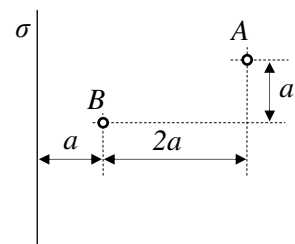
41. Izračunajte napetost  $U_{BA}$  med točkama  $B=(0, 2a)$  in  $A=(0, a)$ , ki jo povzročata premi elektrini  $q_1=2\cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_2=-6\cdot 10^{-6}$  As/m. izhodišče potenciala je v koordinatnem izhodišču ( $a=6$  cm).



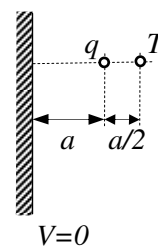
42. Izračunajte napetost  $U_{AB}$  med točkama  $A$  in  $B$  v homogenem elektrostatičnem polju, ki ga povzroča neskončna ravninska elektrina s površinsko gostoto  $\sigma = -5\cdot 10^{-6}$  As/m<sup>2</sup> ( $a=3$  cm,  $b=12$  cm in  $c=4$  cm).



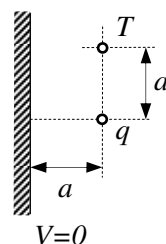
43. Izračunajte napetost  $U_{AB}$  med točkama  $A$  in  $B$  v homogenem elektrostatičnem polju, ki ga povzroča neskončna ravninska elektrina s površinsko gostoto  $\sigma = -17,7\cdot 10^{-10}$  As/m<sup>2</sup> ( $a=1$  m).



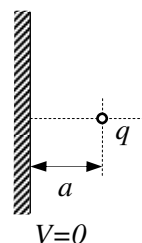
44. Izračunajte potencial, ki ga v točki  $T$  povzroča valjna elektrina  $q=4\cdot 10^{-6}$  As/m. Elektrina leži pred neskončno veliko, ozemljeno prevodno steno ( $a=8$  cm).



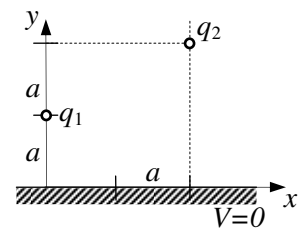
45. Izračunajte potencial, ki ga v točki  $T$  povzroča valjna elektrina  $q=-2\cdot 10^{-6}$  As/m. Elektrina leži pred neskončno veliko, ozemljeno prevodno steno ( $a=4$  cm).



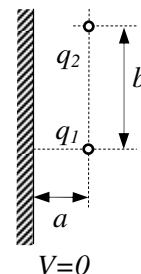
46. Izračunajte silo, ki deluje na 12 cm dolgega tankega valja, ki je naelektrjen z elektrino  $q=4\cdot 10^{-6}$  As/m. Elektrina leži vzporedno z neskončno veliko prevodno ozemljeno ravnino ( $a=2$  cm).



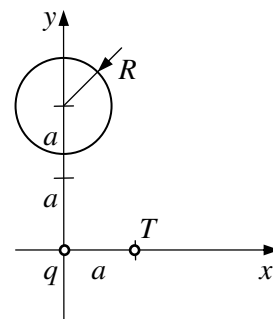
47. Izračunajte silo na valjno elektrino  $q_1$ . Elektrini  $q_1=2\cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_2=-3\cdot 10^{-6}$  As/m ležita pred neskončno veliko ravno ozemljeno kovinsko steno ( $a=18$  cm)



48. Pred ozemljeno kovinsko steno ležita premi elektrini  $q_1=3\cdot 10^{-6}$  As/m in  $q_2=5\cdot 10^{-6}$  As/m, ki sta oddaljeni od stene za  $a=1$  cm, med seboj pa za  $b=9$  cm. Izračunajte silo na elektrino  $q_2$ .

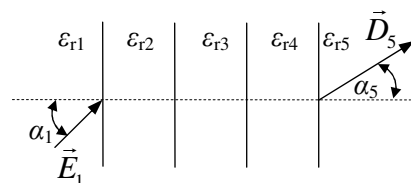


49. Izračunajte električno poljsko jakost v točki  $T=(a, 0)$ , ki jo povzročata kovinski valj s polmerom  $R=4$  cm in prema elektrina  $q$ , če vemo, da je kovinski valj na potencialu  $V=2\cdot 10^3$  V ( $a=8$  cm).

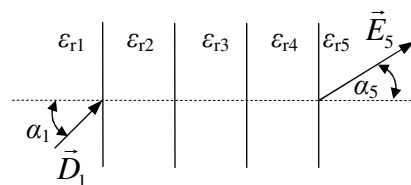


### 1.3. Elektrostatično polje v snovnih dielektrikih

50. V snovi z relativno dielektrično konstanto  $\epsilon_{r1}=6$  poznamo električno poljsko jakost  $E_1=5\cdot 10^5$  V/m, ki vpada pod kotom  $45^\circ$  na stično ploskev z dielektrikom z  $\epsilon_{r2}=5$ . Kolika je gostota električnega pretoka  $D_5$  in pod kakšnim kotom  $\alpha_5$  prehaja dielektrik z  $\epsilon_{r5}=3$ , po prehodu polja skozi snovi z  $\epsilon_{r3}=3$  in  $\epsilon_{r4}=8$ ?



51. V snovi z relativno dielektrično konstanto  $\epsilon_{r1}=3$  poznamo gostoto električnega pretoka  $D_1=4\cdot 10^{-6}$  As/m<sup>2</sup>, ki vpada pod kotom  $\alpha_1=30^\circ$  na stično ploskev z dielektrikom z  $\epsilon_{r2}=6$ . Kolika je električna poljska jakost  $E_5$  in pod kakšnim kotom  $\alpha_5$  prehaja dielektrik z  $\epsilon_{r5}=6$ , po prehodu polja skozi snovi z  $\epsilon_{r3}=1$  in  $\epsilon_{r4}=5$ ?



- 52.

## 2. Rešitve nalog

### 2.1. Coulombov zakon in električna poljska jakost

1. Dvojico sil, ki nastopa med malima naelektrenima telesoma določa Coulombov zakon:

$$\vec{F} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \vec{1}_r,$$

kjer je:

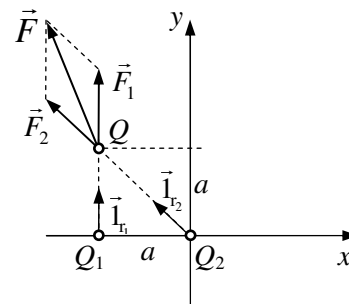
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}}$$

Ker sta elektrini enako veliki in smer sile ni podana, lahko računamo s skalarji, elektrini sta lahko različnih predznakov.

$$F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow Q^2 = \frac{F \cdot r^2}{k} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{F \cdot r^2}{k}} = \sqrt{\frac{0,9 \cdot 0,6^2}{9 \cdot 10^9}} = \underline{\underline{\pm 6 \cdot 10^{-6} \text{ As}}}$$

2.  $r = 0,6 \text{ m}$

3. Rezultantna sila na elektrino  $Q$  je vsota sil, ki ju povzročata posamezni elektrini  $Q_1$  in  $Q_2$ . Najprej določimo radijvektorje in pripadajoče enotske smerne vektorje, kot je prikazano na sliki. Smer radijvektorja je vedno od povzročitelja proti mestu, kjer opazujemo dogajanje!



$$\vec{i}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{a \cdot \vec{1}_y}{a} = \vec{1}_y$$

$$\vec{i}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{-a \cdot \vec{1}_x + a \cdot \vec{1}_y}{a \cdot \sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{1}_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{1}_y = -0,707 \cdot \vec{1}_x + 0,707 \cdot \vec{1}_y$$

Nato izračunamo obe sili:

$$\vec{F}_1 = \frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \cdot \vec{i}_1 = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (0,09)^2} \cdot \vec{1}_y = 0,4 \cdot \vec{1}_y \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{Q_2 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \cdot \vec{i}_2 = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (\sqrt{2} \cdot 0,09)^2} \cdot (-0,707 \vec{1}_x + 0,707 \vec{1}_y) = (-0,21 \cdot \vec{1}_x + 0,21 \cdot \vec{1}_y) \text{ N}$$

In njuno vsoto:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0,4 \cdot \vec{1}_y + (-0,21 \cdot \vec{1}_x + 0,21 \cdot \vec{1}_y) = \underline{\underline{(-0,21 \cdot \vec{1}_x + 0,61 \cdot \vec{1}_y) \text{ N}}}$$

4. Podobno kot pri 3. nalogi najprej določimo razdalje, radijvektorje in enotske smerne vektorje. Nato izračunamo posamezne sile in jih seštejemo.

$$\vec{r}_1 = 2a \cdot \vec{i}_x$$

$$\vec{r}_2 = 2a \cdot \vec{i}_x + 2a \cdot \vec{i}_y$$

$$\vec{r}_3 = 3a \cdot \vec{i}_x + a \cdot \vec{i}_y$$

$$\vec{i}_{r_1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{2a \cdot \vec{i}_x}{2a} = \vec{i}_x$$

$$\vec{i}_{r_2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{2a \cdot \vec{i}_x + 2a \cdot \vec{i}_y}{\sqrt{(2a)^2 + (2a)^2}} = \frac{2a \cdot \vec{i}_x + 2a \cdot \vec{i}_y}{2\sqrt{2} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i}_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i}_y$$

$$\vec{i}_{r_3} = \frac{\vec{r}_3}{r_3} = \frac{3a \cdot \vec{i}_x + a \cdot \vec{i}_y}{\sqrt{(3a)^2 + (a)^2}} = \frac{3a \cdot \vec{i}_x + a \cdot \vec{i}_y}{a \cdot \sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \vec{i}_x + \frac{1}{\sqrt{10}} \vec{i}_y$$

$$\vec{F}_1 = \frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \cdot \vec{i}_{r_1} = \frac{18 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (2 \cdot 0,03)^2} \cdot \vec{i}_x = 359,5 \cdot \vec{i}_x \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 &= \frac{Q_2 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \cdot \vec{i}_{r_2} = \frac{(-18 \cdot 10^{-6}) \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (2 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,03)^2} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i}_x + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i}_y \right) = \\ &= -179,75 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i}_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i}_y \right) = (-127,1 \cdot \vec{i}_x - 127,1 \cdot \vec{i}_y) \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_3 &= \frac{Q_3 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_3^2} \cdot \vec{i}_{r_3} = \frac{18 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (\sqrt{10} \cdot 0,03)^2} \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{10}} \vec{i}_x + \frac{1}{\sqrt{10}} \vec{i}_y \right) = \\ &= 143,8 \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{10}} \vec{i}_x + \frac{1}{\sqrt{10}} \vec{i}_y \right) = (136,4 \cdot \vec{i}_x + 45,5 \cdot \vec{i}_y) \text{ N} \end{aligned}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (368,8 \cdot \vec{i}_x - 81,6 \cdot \vec{i}_y) \text{ N}$$

5.  $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \vec{E}_2$ , saj se vpliva  $Q_1$  in  $Q_3$  odštejeta.

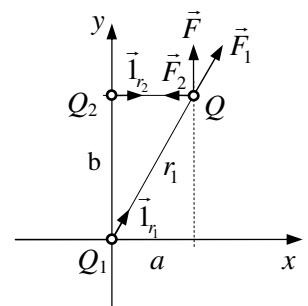
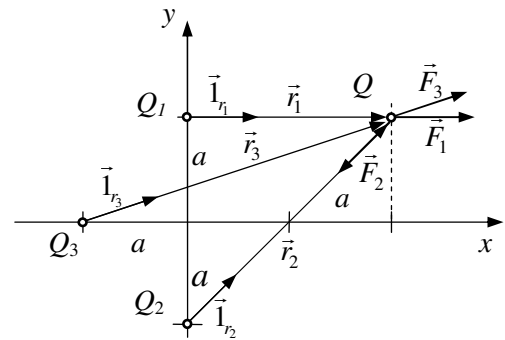
$$\vec{E}_T = 2,25 \cdot 10^7 \cdot \vec{i}_{r_2} = 2,25 \cdot 10^7 \cdot \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i}_x + \frac{1}{2} \vec{i}_y \right) = (-1,95 \vec{i}_x + 1,123 \vec{i}_y) \cdot 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

6. V tem primeru poznamo rezultatno silo na elektrino  $Q$  in moramo iz podane geometrije izračunati elektrini, ki to silo povzročata.

$$\vec{r}_1 = a \cdot \vec{i}_x + b \cdot \vec{i}_y = 1,5 \cdot \vec{i}_x + 2,6 \cdot \vec{i}_y \text{ in } r_1 = \sqrt{a^2 + b^2} = 3 \text{ cm}$$

$$\vec{r}_2 = a \cdot \vec{i}_y = 1,5 \cdot \vec{i}_y$$

Rezultatna sila na elektrino  $Q$  je vsota sil:



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \cdot \left( \frac{1,5}{3} \vec{i}_x + \frac{2,6}{3} \vec{i}_y \right) + \frac{Q_2 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \cdot (\vec{i}_x) = 0 \cdot \vec{i}_x + 866 \cdot \vec{i}_y$$

Enačbo rešujemo posebej za x in posebej za y komponento:

$$\frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \cdot \left( \frac{2,6}{3} \vec{i}_y \right) = 866 \cdot \vec{i}_y \Rightarrow Q_1 = \frac{866 \cdot 3 \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot r_1^2}{Q \cdot 2,6} = \underline{\underline{1 \cdot 10^{-6} \text{ As}}}$$

$$\frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \cdot \left( \frac{1,5}{3} \vec{i}_x \right) + \frac{Q_2 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \cdot (\vec{i}_x) = 0 \cdot \vec{i}_x \Rightarrow \frac{Q_1}{r_1^2} \cdot \left( \frac{1,5}{3} \right) + \frac{Q_2}{r_2^2} = 0$$

$$Q_2 = -\frac{r_2^2 \cdot Q_1}{r_1^2} \cdot \left( \frac{1,5}{3} \right) = \underline{\underline{-1,25 \cdot 10^{-7} \text{ As}}}$$

7. Iz dane sile lahko izračunamo  $Q_2$  in nato še silo zaradi  $Q_1$ .

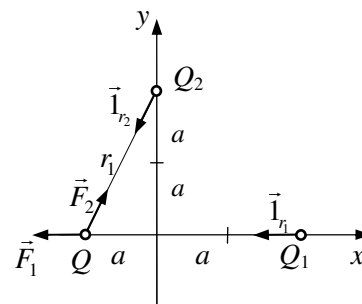
$$\vec{F}_2 = \frac{Q_2 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \cdot \vec{i}_{r_2}$$

$$Q_2 = \frac{\vec{F}_2 \cdot 4\pi\epsilon_0 r_2^2}{Q \cdot \vec{i}_{r_2}} = \frac{-\vec{i}_{r_2} \cdot 1,8 \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot (0,01 \cdot \sqrt{5})^2}{10^{-6} \cdot \vec{i}_{r_2}} = \underline{\underline{-10^{-7} \text{ As}}}$$

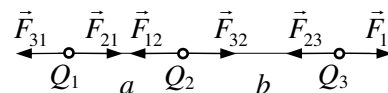
$$\vec{F}_1 = \frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \cdot \vec{i}_{r_1} = -10 \cdot \vec{i}_x \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = -1,8 \cdot \vec{i}_{r_2} = -1,8 \cdot \left( \frac{-1}{\sqrt{5}} \vec{i}_x - \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{i}_y \right) = 0,8 \cdot \vec{i}_x + 1,6 \vec{i}_y \text{ N}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \underline{\underline{-9,2 \cdot \vec{i}_x + 1,6 \cdot \vec{i}_y \text{ N}}}$$



8. Nosilci elektron bodo mirovali, če bo vsota sil na vsakega izmed njih enaka 0. Na vsak nosilec elektrine deluje dvojica sil.



Na prvi nosilec elektrine delujeta sili:  $\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = 0$ ,

na drugi nosilec elektrine delujeta sili:  $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0$

in na tretji nosilec elektrine delujeta sili:  $\vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = 0$ .

Izberemo si lahko dve enačbi in iz njih izračunamo elektrino  $Q_2$  in manjkajočo razdaljo.

Iz ravnovesne enačbe za elektrino  $Q_2$  lahko izračunamo:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cdot \vec{i}_r + \frac{Q_3 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \cdot (-\vec{i}_r) = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{a^2} = \frac{Q_3}{b^2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{Q_1}{Q_3}} \cdot b^2 = \underline{\underline{4 \text{ cm}}}$$

Iz ene od preostalih enačb pa še elektrino  $Q_2$ :

$$\vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = \frac{Q_2 \cdot Q_3}{4\pi\epsilon_0 b^2} \cdot \vec{i}_r + \frac{Q_1 \cdot Q_3}{4\pi\epsilon_0 (a+b)^2} \cdot (\vec{i}_r) = 0 \Rightarrow \frac{Q_2}{b^2} = \frac{-Q_1}{(a+b)^2} \Rightarrow$$

$$Q_2 = -Q_1 \cdot \frac{b^2}{(a+b)^2} = \frac{8}{9} \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{0,89 \cdot 10^{-6} \text{ As}}}$$

$$9. \quad \vec{E}_1 = (-0,71 \cdot \vec{i}_x - 2,13 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_2 = (5,76 \cdot \vec{i}_x + 3,84 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_3 = (-2 \cdot \vec{i}_x - 1 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \underline{\underline{(3 \cdot \vec{i}_x + 0,7 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}}}$$

$$10. \quad \vec{E}_1 = (-0,32 \cdot \vec{i}_x - 0,48 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_2 = (2,68 \cdot \vec{i}_x + 1,34 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_3 = (0,08 \cdot \vec{i}_x - 0,24 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \underline{\underline{(2,44 \cdot \vec{i}_x + 0,62 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}}}$$

11. V točki  $T$  podana električna poljska jakost  $\vec{E}_T$  je vsota električnih poljskih jakosti zaradi posameznih točkastih elektrin:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

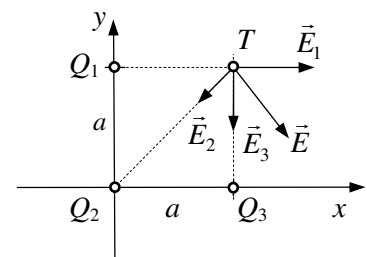
Izračunamo lahko  $\vec{E}_1$  in  $\vec{E}_2$ :

$$\vec{E}_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \cdot \vec{i}_{r_1} = \frac{18 \cdot 10^{-8}}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cdot \vec{i}_x = 199,7 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \cdot \vec{i}_{r_2} = \frac{-10 \cdot 10^{-8}}{4\pi\epsilon_0 (a \cdot \sqrt{2})^2} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i}_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i}_y \right) = (-39,2 \cdot \vec{i}_x - 39,2 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_T - \vec{E}_1 - \vec{E}_2 = -16 \cdot \vec{i}_y \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$Q_3 = E_3 \cdot 4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2 = \underline{\underline{-14,5 \cdot 10^{-8} \text{ As}}}$$



$$12. F = \frac{q_1 \cdot q_2}{2\pi\epsilon_0 \cdot d} \Rightarrow q_2 = \frac{F \cdot 2\pi\epsilon_0 \cdot d}{q_1} = 1,11 \cdot 10^{-6} \text{ As/m}$$

$$Q_2 = q_2 \cdot l = 1,11 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-7} \text{ As}}}$$

13. Najprej izračunamo električno poljsko jakost, ki jo v točki kjer je nameščena točkasta elektrina povzročata  $q_1$  in  $q_2$ :

$$\vec{E}_1 = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_1} \vec{i}_{r_1} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{5^2 + 2,9^2} \cdot 10^{-2}} \cdot \left( \frac{2,5 \cdot \vec{i}_x + 2,9 \cdot \vec{i}_y}{\sqrt{5^2 + 2,9^2}} \right) =$$

$$= 3,45 \cdot 10^5 \cdot (0,96 \cdot \vec{i}_x + 0,28 \cdot \vec{i}_y) = (3,32 \cdot \vec{i}_x + 0,96 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_2} \vec{i}_{r_2} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,9 \cdot 10^{-2}} \cdot \vec{i}_y = 12,4 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y \text{ V/m}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (3,32 \cdot \vec{i}_x + 13,36 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = (9,95 \cdot \vec{i}_x + 40,1 \cdot \vec{i}_y) \text{ N}$$

$$14. \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (6 \cdot \vec{i}_x - 12 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^{-3} + 6 \cdot \vec{i}_x \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{(12 \cdot \vec{i}_x - 12 \cdot \vec{i}_y) \cdot 10^{-3} \text{ N/m}}}$$

15. Električna poljska jakost v točki  $T$  je enaka vsoti treh električnih poljskih jakosti:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \Rightarrow \vec{E}_2 = \vec{E}_T - \vec{E}_1 - \vec{E}_3$$

Za izračun elektrine  $q_2$  moramo najprej izračunati  $E_2$ .

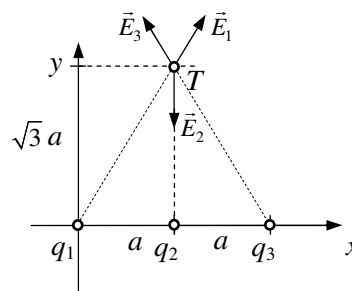
$$\vec{E}_2 = \vec{E}_T - \vec{E}_1 - \vec{E}_3 =$$

$$= 7,79 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y - (4,5 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x + 7,79 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y) -$$

$$- (-4,5 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x + 7,79 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y) = -7,79 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y \text{ V/m}$$

Nato iz znane električne poljske jakosti izračunamo iskano elektrino:

$$\underline{\underline{q_2 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ As/m}}}$$



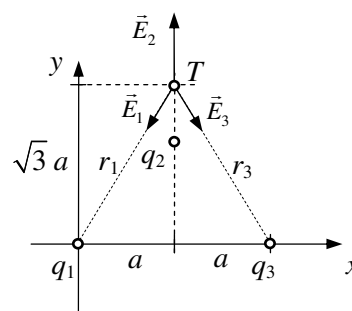
16. Električna poljska jakost v točki  $T$  je enaka vsoti treh električnih poljskih jakosti:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 =$$

$$= -12 \cdot 10^4 \cdot \vec{i}_y + (-6 \cdot 10^4 \cdot \vec{i}_x - 6 \cdot 10^4 \cdot \vec{i}_y) + (-12 \cdot 10^4 \cdot \vec{i}_x) =$$

$$= \underline{\underline{-18 \cdot 10^4 \cdot \vec{i}_x - 18 \cdot 10^4 \cdot \vec{i}_y \text{ V/m}}}$$

17. Elektrini  $q_1$  in  $q_3$  sta enako veliki in nameščeni simetrično glede na točko  $T$ , torej bosta povzročali enako veliko električno poljsko jakost  $E_1 = E_3$ . Električno poljsko jakost  $\vec{E}_2$  izračunamo iz znane električne poljske jakosti v točki  $T$ :



$$\vec{E}_T = 0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \Rightarrow \vec{E}_2 = -\vec{E}_1 - \vec{E}_3$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= -\left( \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_1} \vec{i}_{r_1} + \frac{q_3}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_3} \vec{i}_{r_3} \right) = -\left( \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_1} (\vec{i}_{r_1} + \vec{i}_{r_3}) \right) = \\ &= -\left( \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 \cdot 2a} \left( \frac{1}{2} \vec{i}_x + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i}_y - \frac{1}{2} \vec{i}_x + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i}_y \right) \right) = -\left( \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \cdot a} (\sqrt{3} \vec{i}_y) \right) \\ &= -\frac{\sqrt{3} \cdot q_1}{4\pi\epsilon_0 \cdot a} \vec{i}_y = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_2} \vec{i}_{r_2} \end{aligned}$$

Najprej smo upoštevali enakost elektrin  $q_1$  in  $q_3$  in oddaljenosti  $r_1$  oz.  $r_3$ . Dobljen rezultat nam daje, glede na predznak elektrine  $q_2$ , dve možnosti za njeno lego – nad in pod točko  $T$ . Ker je elektrina pozitivna leži pod točko  $T$ , saj dobimo iz zadnjega izraza:

$$\vec{i}_{r_2} = \vec{i}_y \quad \text{in oddaljenost od točke } T:$$

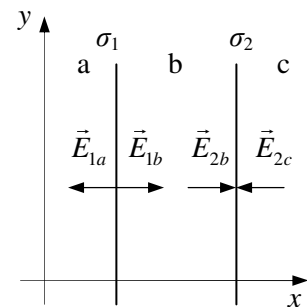
$$r_2 = -\frac{2a \cdot q_2}{\sqrt{3} \cdot q_1} = 0,7321 \cdot a$$

Koordinati točke sta  $T_{q_2} = (a, a)$

18. Upoštevali moramo, da elektrostatično polje spremeni predznak na vsaki strani ravninske elektrine. Na prevodnih ploščah sta nabrani ravninski elektrini:

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{A} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-4}} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ As/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{A} = \frac{-8 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-4}} = -4 \cdot 10^{-3} \text{ As/m}^2$$



Silnice elektrostatičnega polja kažejo stran od pozitivne elektrine in k negativni elektrini, kar upoštevamo pri grafični predstavitvi polja. Enotini smerni vektorji kažejo za vsak prostor in vsako elektrino od povzročitelja proti mestu opazovanja. Za prostor a sta oba enotina smerna vektorja  $-\vec{i}_x$ .

$$\vec{E}_{1a} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{i}_{r_{1a}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (-\vec{i}_x) = -1,4 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_{2a} = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{i}_{r_{2a}} = \frac{-4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (-\vec{i}_x) = 2,26 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_a = \vec{E}_{1a} + \vec{E}_{2a} = -1,4 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x + 2,26 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x = \underline{\underline{0,86 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}}}$$

V prostoru b enotin smerni vektor zaradi prve elektrine spremeni predznak:

$$\vec{E}_{1b} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \vec{i}_{r_{1b}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (\vec{i}_x) = 1,4 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_{2b} = \vec{E}_{2a} = 2,26 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}$$



$$\vec{E}_b = \vec{E}_{1b} + \vec{E}_{2b} = 1,4 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x + 2,26 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x = \underline{\underline{3,66 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}}}$$

V prostoru c spremeni predznak še enotin smerni vektor zaradi druge elektrine:

$$\vec{E}_{1c} = \vec{E}_{1b} = 1,4 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_{2c} = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \vec{i}_{r_{2c}} = \frac{-4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (\vec{i}_x) = -2,26 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_c = \vec{E}_{1c} + \vec{E}_{2c} = 1,4 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x - 2,26 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x = \underline{\underline{-0,86 \cdot 10^8 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}}}$$

$$19. \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2,26 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x - 3,39 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x = \underline{\underline{-1,13 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x \text{ V/m}}}$$

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = \underline{\underline{-0,226 \cdot \vec{i}_x \text{ N}}}$$

$$20. \sigma_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{2} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ As/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{-6 \cdot 10^{-6}}{3} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ As/m}^2$$

$$\vec{F}_2 = \vec{E}_1 \cdot \sigma_2 = \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{i}_r = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot (-2) \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{i}_x = \underline{\underline{-0,45 \text{ N/m}^2}}$$

$$21. \underline{\underline{Q_2 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ As}}}$$

## 2.2. Električni potencial in napetost

Električna napetost je definirana kot delo, ki opravi električno polje pri premiku pozitivne elektrine 1 As med dvema točkama:

$$A = \vec{F} \cdot d\vec{l} = Q\vec{E} \cdot d\vec{l} = Q \cdot \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q \cdot U_{12}$$

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

22. Potencial zaradi točkaste (male krogelne) elektrine izračunamo po izrazu:

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) \text{ V,}$$

kjer je  $r_1$  razdalja od elektrine do točke kjer računamo potencial in  $r_0$  razdalja do izhodišča potenciala. Napetost med dvema točkama v polju točkaste elektrine je enaka razliki potencialov oz.:

$$U_{12} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \text{ V.}$$

Iz izraza za napetost lahko izračunamo elektrino, ki to napetost povzroča:

$$Q = \frac{U_{12} \cdot 4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{1350 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{\frac{1}{2 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-2}}} = \underline{\underline{5 \cdot 10^{-6} \text{ As}}}$$

$$23. \quad U_{12} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{U_{12} \cdot 4\pi\epsilon_0}{Q}$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{U_{12} \cdot 4\pi\epsilon_0}{Q} + \frac{1}{r_2} = 0,5$$

$$\underline{\underline{r_1 = 2 \text{ m}}}$$

24. Napetost med dvema točkama v polju preme elektrine je podana z izrazom:

$$U_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Od tod izračunamo  $r_2$ :

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{U_{12} \cdot 2\pi\epsilon_0}{q}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = e^{\frac{U_{12} \cdot 2\pi\epsilon_0}{q}} = e^{0,92} = 2,5$$

$$\underline{\underline{r_2 = 2,5 \cdot r_1 = 10 \text{ cm}}}$$

Izračunamo še električni poljski jakosti na teh razdaljah:

$$E_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_1} = \underline{\underline{9 \cdot 10^5 \text{ V/m}}}$$

$$E_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_2} = \underline{\underline{3,6 \cdot 10^5 \text{ V/m}}}$$

Izračunali smo samo velikost električne poljske jakosti, smer polja je radialna.

25. Iz enačbe za potencial, ki ga povzroča prema elektrina izrazimo oddaljenost do izhodišča potenciala:

$$V_T = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r_T}$$

$$\ln \frac{r_0}{r_T} = \frac{2\pi\epsilon_0 \cdot V_T}{q} = \frac{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 36 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-6}} = 1$$

$$\frac{r_0}{r_T} = e^1 \Rightarrow r_0 = r_T \cdot e = \underline{\underline{8,15 \text{ cm}}}$$

26. Računajte po zgledu iz 24. naloge.

$$\underline{\underline{r_2 = 6 \text{ m}}}$$

27.  $r_1 = 5 \text{ cm}$

28. Iz izraza za potencial, ki ga na oddaljenosti  $r$  povzroča prenašalnik, izrazimo iskano veličino:

$$V_T = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r_T}$$

$$\ln \frac{r_0}{r_T} = \frac{2\pi\epsilon_0 \cdot V_T}{q} = \frac{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,6 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^{-7}} = 1$$

$$\frac{r_0}{r_T} = e^1 \Rightarrow r_0 = r_T \cdot e = \frac{1}{e} \cdot e = 1 \text{ m}$$

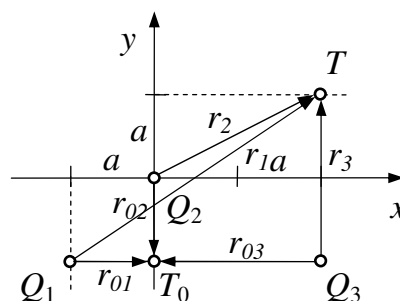
29. Potencial v točki  $T$  izračunamo tako, da seštejemo potenciale, ki jih v tej točki povzročajo posamezne elektrine. Pri tem moramo biti pozorni na to, da za vsako elektrino posebej upoštevamo ustrezno razdaljo do točke  $T$  in do izhodišča potenciala, ki je v  $T_0$ .

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_{01}} \right) = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{6 \cdot 10^{-2} \sqrt{13}} - \frac{1}{6 \cdot 10^{-2}} \right) = -6,5 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{02}} \right) = \frac{-6 \cdot 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{6 \cdot 10^{-2} \sqrt{5}} - \frac{1}{6 \cdot 10^{-2}} \right) = 4,97 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_3 = 0 \text{ V}$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = \underline{\underline{-1,53 \cdot 10^5 \text{ V}}}$$



30. Potencial v točki  $T$  izračunamo po zgledu iz prejšnje naloge:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 0 + 0 + 4,97 \cdot 10^5 = \underline{\underline{4,97 \cdot 10^5 \text{ V}}}$$

31. Potencial v točki  $T$  izračunamo po zgledu iz prejšnje naloge:

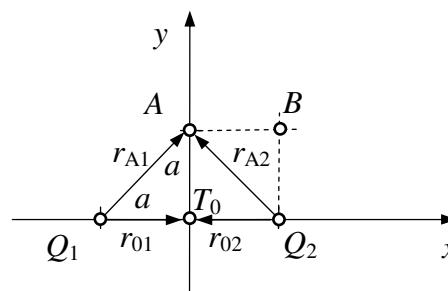
$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 2,2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5 + 4,75 \cdot 10^5 = \underline{\underline{9,95 \cdot 10^5 \text{ V}}}$$

32. Napetost med dvema točkama lahko izračunamo na dva načina: kot razliko potencialov v obeh točkah ali kot vsoto dveh delnih napetosti, ki ju povzroča vsaka elektrina.

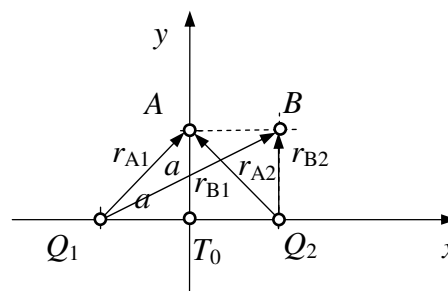
$$V_A = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{A1}} - \frac{1}{r_{01}} \right) + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{A2}} - \frac{1}{r_{02}} \right)$$

$$V_B = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{B1}} - \frac{1}{r_{01}} \right) + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{B2}} - \frac{1}{r_{02}} \right)$$

$$U_{BA} = V_B - V_A = \underline{\underline{3,976 \cdot 10^3 - (-1,053 \cdot 10^3) = 5,03 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$



Razdalje za določitev potenciala v točki A



Razdalje za določitev napetosti med točkama A in B za prvo in drugo elektrino

$$U_{BA_1} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{B1}} - \frac{1}{r_{A1}} \right) = 1,87 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$U_{BA_2} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{B2}} - \frac{1}{r_{A2}} \right) = 3,16 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$U_{BA} = U_{BA_1} + U_{BA_2} = \underline{\underline{5,03 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

33. Napetost zaradi dveh elektrin lahko izračunamo kot razliko potencialov ali kot vsoto napetosti zaradi posameznih elektrin.

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{AB_1} + U_{AB_2} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{A1}} - \frac{1}{r_{B1}} \right) + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{A2}} - \frac{1}{r_{B2}} \right) = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{2a} - \frac{1}{a\sqrt{2}} \right) + \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a\sqrt{5}} \right) = -62,08 \cdot 10^3 + 331,37 \cdot 10^3 = \underline{\underline{269,3 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

34. Izračun dela pri prenosu elektrine v elektrostatičnem polju je tesno povezan z izračunom napetosti med dvema točkama med katerima prenašamo elektrino:

$$A = Q \cdot U_{AB}$$

$$U_{AB_1} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{A1}} - \frac{1}{r_{B1}} \right) = 1,178 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$U_{AB_2} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_{A2}} - \frac{1}{r_{B2}} \right) = 1,767 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$U_{AB} = U_{AB_1} + U_{AB_2} = \underline{\underline{294,5 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

$$A = Q \cdot U_{AB} = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 294,5 \cdot 10^3 = \underline{\underline{1,47 \text{ J}}}$$

35. Najprej izračunamo napetost med točkama kjer je  $Q_3$  in A in nato še delo pri premiku elektrine  $Q_3$ .

$$U_{3A_1} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a/2} \right) = \frac{-Q_1}{4\pi\epsilon_0 \cdot a}$$

$$U_{3A_2} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a/2} \right) = \frac{-Q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot a}$$

$$U_{3A} = U_{3A_1} + U_{3A_2} = \frac{-(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 \cdot a}$$

$$A = Q_3 \cdot U_{3A} = \underline{\underline{\frac{-Q_3 \cdot (Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 \cdot a} \text{ J}}}$$

36. Za vsako elektrino določimo razdalje od elektrine do točke, kjer računamo potencial in od elektrine do izhodišča potenciala, izračunamo prispevke posameznih elektrin in jih seštejemo.

$$V_1 = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{01}}{r_1} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{0,04}{0,04 \cdot \sqrt{2}} = \underline{\underline{-31,16 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{02}}{r_2} = \frac{-4 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{0,04 \cdot \sqrt{2}}{0,04} = \underline{\underline{-24,93 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

$$V_3 = \frac{q_3}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{03}}{r_3} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{0,04}{0,04 \cdot \sqrt{2}} = \underline{\underline{-37,4 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = -31,16 \cdot 10^3 - 24,93 \cdot 10^3 - 37,4 \cdot 10^3 = \underline{\underline{-93,49 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

37. Nalogo izračunamo podobno kot prejšnjo:

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{01}}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{02}}{r_2} + \frac{q_3}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{03}}{r_3} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a \cdot \sqrt{5}}{a \cdot \sqrt{5}} + \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a \cdot \sqrt{5}} + \frac{8 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a} = \\ &= 0 - 57,89 \cdot 10^3 + 0 = \underline{\underline{-57,89 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

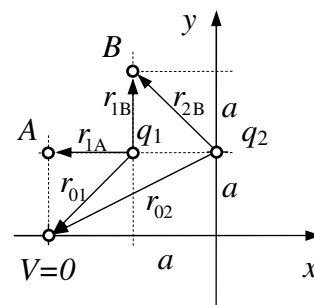
38.

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{01}}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{02}}{r_2} + \frac{q_3}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{03}}{r_3} = \\ &= \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a \cdot \sqrt{2}}{a \cdot \sqrt{5}} + \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{2a} + \frac{-6 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a \cdot \sqrt{2}}{a \cdot \sqrt{5}} = \\ &= -32,96 \cdot 10^3 - 62,33 \cdot 10^3 + 49,43 \cdot 10^3 = \underline{\underline{-45,86 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

39. Napetost med dvema točkama lahko računamo kot razliko potencialov v obeh točkah ali kot vsoto napetosti, ki ju povzroča vsaka elektrina zase (kot smo to že pokazali pri točkastih elektrinah).

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{01}}{r_{1A}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{02}}{r_{2A}} = \\ &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\acute{a} \cdot \sqrt{2}}{\acute{a}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\acute{a} \cdot \sqrt{5}}{2\acute{a}} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{2} + \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{5}}{2} = \\ &= 12,47 \cdot 10^3 + 8,03 \cdot 10^3 \text{ V} = \underline{\underline{20,5 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

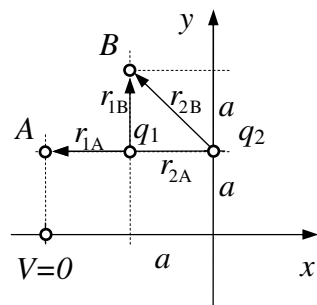
$$\begin{aligned} V_B &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{01}}{r_{1B}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{02}}{r_{2B}} = \\ &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\acute{a} \cdot \sqrt{2}}{\acute{a}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\acute{a} \cdot \sqrt{5}}{\acute{a} \cdot \sqrt{2}} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{2} + \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \\ &= 12,47 \cdot 10^3 + 32,96 \cdot 10^3 \text{ V} = \underline{\underline{45,43 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$



Določitev razdalj za izračun potencialov

$$U_{AB} = V_A - V_B = 20,5 \cdot 10^3 - 45,43 \cdot 10^3 = \underline{\underline{-24,93 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{AB1} + U_{AB2} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{1B}}{r_{1A}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{2B}}{r_{2A}} = \\ &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2a} = 0 - 24,93 \cdot 10^3 \\ &= \underline{\underline{-24,93 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$



Določitev razdalj za izračun delnih napetosti

40.

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{01}}{r_{1A}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{02}}{r_{2A}} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a\sqrt{5}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a} \\ &= \frac{9 \cdot 10^{-7}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{3 \cdot 10^{-7}}{2\pi\epsilon_0} \ln 1 = -13,02 \cdot 10^3 + 0 \text{ V} = \underline{\underline{-13,02 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

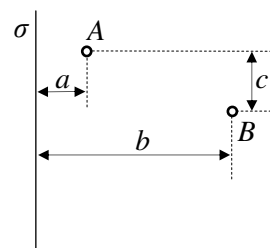
$$\begin{aligned} V_B &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{01}}{r_{1B}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{02}}{r_{2B}} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a\sqrt{10}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a\sqrt{2}} \\ &= \frac{9 \cdot 10^{-7}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3 \cdot 10^{-7}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{\sqrt{2}} = -18,63 \cdot 10^3 - 1,87 \cdot 10^3 \text{ V} = \underline{\underline{-20,5 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

$$U_{AB} = V_A - V_B = -13,02 \cdot 10^3 - (-20,5 \cdot 10^3) = \underline{\underline{7,48 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

41.

$$\begin{aligned} U_{BA} &= U_{BA1} + U_{BA2} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{1A}}{r_{1B}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{2A}}{r_{2B}} = \\ &= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{2a} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a \cdot \sqrt{5}}{2a} = -24,93 \cdot 10^3 - 12,04 \cdot 10^3 = \underline{\underline{-36,97 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

42. Za izračun napetosti in potencialov v homogenem polju (ravninske elektrine) je pomembna le pravokotna razdalja od elektrine do točke kjer računamo potencial ali napetost. Napetost bi lahko izračunali tudi kot razliko potencialov, vendar bi v tem primeru morali imeti podano izhodišče potenciala.

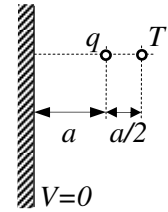


$$\begin{aligned} U_{AB} &= \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (b-a) = \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (0,12 - 0,03) = \\ &= \underline{\underline{-25,38 \cdot 10^3 \text{ V}}} \end{aligned}$$

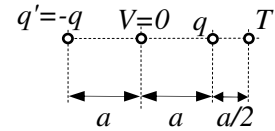
43. Nalogo rešujemo enako kot v prejšnjem primeru. Zaradi lastnosti skalarnega produkta dveh vektorjev, moramo upoštevati, da je razdalja med točkama A in B usmerjena nasproti polju in zato negativna (kot je  $180^\circ$ ).

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (-2a) = \frac{-17,7 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} (-2 \cdot 1) = \underline{\underline{200 \text{ V}}}$$

44. Probleme, ki zajemajo valjne elektrine pred neskončnimi prevodnimi ozemljenimi površinami, rešujemo z metodo zrcaljenja. Pokažemo lahko namreč, da je elektrostatično polje, ki ga povzročata dve raznoimenski valjni elektrini enako kakor polje, ki ga povzroča ena elektrina pred takšno steno.



Namesto ozemljene prevodne površine računamo tako, da vse elektrine prezrcalimo preko te površine in jim spremenimo predznak. Zatem rešujemo naloge tako kot smo to počeli prej.



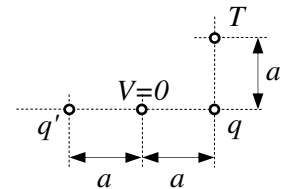
$$V_T = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r} + \frac{q'}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0'}{r'} = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{0,5a} + \frac{-4 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{2,5a} =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2,5}{0,5} = \underline{\underline{115,77 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

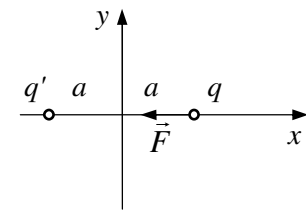
45. Tako kot v prejšnjem primeru, odstranimo iz problema ozemljeno ravnino in prezrcalimo elektrino.

$$V_T = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r} + \frac{q'}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0'}{r'} = \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{a\sqrt{5}} =$$

$$= 0 - 28,94 \cdot 10^3 = \underline{\underline{-28,94 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$



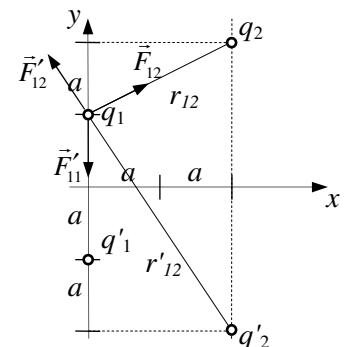
46. Namesto preme elektrine pred prevodno steno, rešujemo nalogo z dvema vzporednima premima elektrinama, kjer je druga zrcalna slika prve ( $q' = -q$ ).



$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = (q \cdot l) \cdot \frac{-q}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{1}_r =$$

$$= \frac{(4 \cdot 10^{-6} \cdot 0,12) \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 0,02} \cdot \vec{1}_x = \underline{\underline{-0,863 \cdot \vec{1}_x \text{ N}}}$$

47. Če so v problemih prisotne ravne ozemljene prevodne površine, na elektrine delujejo dodatne sile. Njihov vpliv na elektrine lahko upoštevamo s pomočjo metode zrcaljenja. Namesto dveh elektrin in ravne ozemljene prevodne površine rešujemo problem štirih elektrin.



$$\vec{F} = \vec{F}'_{11} + \vec{F}_{12} + \vec{F}'_{12} = \frac{q_1 \cdot (-q_1)}{2\pi\epsilon_0 \cdot r'_{11}} \vec{1}_{r'_{11}} + \frac{q_1 \cdot q_2}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_{12}} \vec{1}_{r_{12}} + \frac{q_1 \cdot (-q_2)}{2\pi\epsilon_0 \cdot r'_{12}} \vec{1}_{r'_{12}}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot (-2) \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 18 \cdot 10^{-2} \cdot 2} \cdot (\vec{1}_y) +$$

$$+ \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot (-3) \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 18 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{5}} \cdot \left( \frac{-2}{\sqrt{5}} \vec{1}_x - \frac{-1}{\sqrt{5}} \vec{1}_y \right) +$$

$$+ \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot (3) \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 18 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{13}} \cdot \left( \frac{-2}{\sqrt{13}} \vec{1}_x - \frac{3}{\sqrt{13}} \vec{1}_y \right)$$

$$\vec{F} = -0,2 \cdot \vec{1}_y + 0,24 \cdot \vec{1}_x + 0,12 \cdot \vec{1}_y - 0,092 \cdot \vec{1}_x + 0,138 \cdot \vec{1}_y = \underline{\underline{0,148 \cdot \vec{1}_x + 0,058 \cdot \vec{1}_y \text{ N/m}}}$$

48. Problem rešujemo podobno kot v prejšnji nalogi. Lahko bi sešteli vse sile, lahko pa najprej izračunamo električno poljsko jakost na mestu, kjer leži  $q_2$  in nato izračunamo silo po splošni obliko Coulombovega zakona.

$$\vec{F} = q_2 \cdot \vec{E}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{12} + \vec{E}'_{12} + \vec{E}'_{22}$$

$$\vec{E} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 r_{12}} \vec{i}_{r_{12}} + \frac{q'_1}{2\pi\epsilon_0 r'_{12}} \vec{i}'_{r_{12}} + \frac{q'_2}{2\pi\epsilon_0 r'_{22}} \vec{i}'_{r_{22}}$$

$$\vec{E} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9 \cdot 10^{-2}} (-\vec{i}_y) + \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{85} \cdot 10^{-2}} \left( \frac{2}{\sqrt{85}} \cdot \vec{i}_x - \frac{9}{\sqrt{85}} \cdot \vec{i}_y \right) +$$

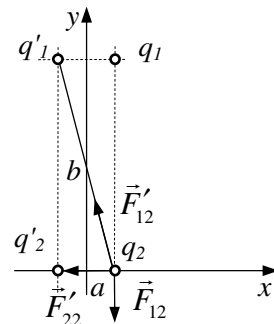
$$+ \frac{-1 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} (\vec{i}_x)$$

$$= -5,995 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y - 1,269 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x + 5,712 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x - 8,992 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x$$

$$= -10,261 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x - 0,283 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

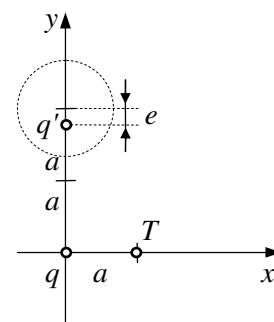
$$\vec{F} = q_2 \cdot \vec{E} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot (-10,261 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_x - 0,283 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}_y)$$

$$= \underline{\underline{-1,026 \cdot \vec{i}_x - 0,028 \cdot \vec{i}_y}} \quad \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



49. Tako kot ravnina, je tudi kovinski valj le ena izmed ekvipotencialnih ploskev, ki jih dobimo v polju dveh raznoimenskih enako velikih premih elektrin. Tudi te probleme rešujemo tako, da namesto valja upoštevamo le premo elektrino, vendar ta ne leži v geometrijskem središču valja. Ekscentričnost  $e$  izračunamo iz razmerij podobnih trikotnikov:

$$\frac{R}{2a} = \frac{e}{R} \Rightarrow e = \frac{R^2}{2a} = \frac{16 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{1 \cdot 10^{-2} \text{ m}}}$$



Ko smo določili lego elektrine  $q' = -q$ , lahko izračunamo njeno vrednost iz znanega potenciala kovinskega valja. Cel valj je na enakem potencialu, zato si za izračun izberemo točko na y-osi.

$$V = V_1 + V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{2a - R} + \frac{-q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{R - e} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R - e}{2a - R}$$

$$q = \frac{V \cdot 2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R - e}{2a - R}} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{\ln \frac{0,04 - 0,01}{0,16 - 0,04}} = \underline{\underline{-8,02 \cdot 10^{-8} \frac{\text{As}}{\text{m}}}}$$

Sedaj izračunamo električno poljsko jakost, ki jo v točki  $T$  povzročata obe elektrini:



$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{i}_r + \frac{q'}{2\pi\epsilon_0 r'} \vec{i}_r' \\ &= \frac{-8 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0 8 \cdot 10^{-2}} \vec{i}_x + \frac{8 \cdot 10^{-6}}{2\pi\epsilon_0 17 \cdot 10^{-2}} \left( \frac{8}{17} \vec{i}_x - \frac{15}{17} \vec{i}_y \right) \\ &= -18 \cdot 10^3 \cdot \vec{i}_x + 4 \cdot 10^3 \cdot \vec{i}_x - 7,45 \cdot 10^3 \cdot \vec{i}_y = \underline{\underline{-14 \cdot 10^3 \cdot \vec{i}_x - 7,45 \cdot 10^3 \cdot \vec{i}_y}} \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}\end{aligned}$$

### 2.3. Elektrostatično polje v snovnih dielektrikih

50. Pri izračunu prehoda elektrostatičnega polja skozi več zaporednih dielektrikov izkoriščamo spoznanje, da se ohranjata tangencialna komponenta električne poljske jakosti in normalna komponenta gostote pretoka električnega polja. Računali bi sicer lahko tudi s pomočjo lomnega zakona, vendar se pri zaporednih prehodih izgubi preglednost.

$$E_{n1} = E_1 \cdot \cos \alpha_1 = 5 \cdot 10^5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,536 \cdot 10^5 \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{t1} = E_1 \cdot \sin \alpha_1 = 5 \cdot 10^5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,536 \cdot 10^5 \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{t5} = E_{t1}$$

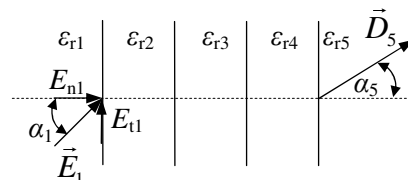
$$D_{n1} = E_{n1} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} = 3,536 \cdot 10^5 \cdot \epsilon_0 \cdot 6 = 18,774 \cdot 10^{-6} \quad \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$D_{n5} = D_{n1}$$

$$D_{t5} = E_{t5} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r5} = 3,536 \cdot 10^5 \cdot \epsilon_0 \cdot 3 = 9,387 \cdot 10^{-6} \quad \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$D_5 = \sqrt{D_{n5}^2 + D_{t5}^2} = 20,99 \cdot 10^{-6} \quad \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$\alpha_5 = \arctan \frac{D_{t5}}{D_{n5}} = \underline{\underline{26,56^\circ}}$$



51. Postopek reševanja je enak kot v prejšnjem primeru.

$$D_{n1} = D_1 \cdot \cos \alpha_1 = 3,464 \cdot 10^{-6} \quad \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$D_{t1} = D_1 \cdot \sin \alpha_1 = 2 \cdot 10^{-6} \quad \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$D_{n5} = D_{n1}$$

$$E_{n5} = \frac{D_{n5}}{\epsilon_{r5} \cdot \epsilon_0} = 6,524 \cdot 10^4 \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{t4} = E_{t1} = \frac{D_{t1}}{\epsilon_{r1} \cdot \epsilon_0} = 7,533 \cdot 10^4 \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_4 = \sqrt{E_{t4}^2 + E_{n4}^2} = 9,965 \cdot 10^4 \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}, \quad \alpha_5 = \arctan \frac{E_{t4}}{E_{n4}} = \underline{\underline{49,1^\circ}}$$

