

Cilji poučevanja matematike

Utilitaristični cilji

- -matematika za vsakdanje življenje
- -matematika kot osnova za nadaljnji študij in poklic

Socialni cilji:

- -učenje sodelovanja

Kulturni cilji:

- zavest o zgodovini razvoja matematične misli
- Matematika kot jezik (oblika komuniciranja)
- Cenjenje estetike in logike

Osebnostni cilji

- priložnost za formiranje razvoja
- priložnost za spodbude

Kateri glagoli opišejo matematično dejavnost v razredu?

Raziskati, predvidevati, reševati, utemeljevati, predstaviti, razložiti,...

- NE: računati, pridobivati rezultate ipd.
- Kakšno okolje potrebujemo za učenje matematike? Aktivno-glej glagole in zato varno in ne PASIVNO (npr. poslušati, zapomniti si, vaditi,..). Varo okolje omogoča učencem, da izpostavijo svoje ideje in jih prediskutirajo z ostalimi.

Didaktiki matematike raziskujejo kako se ljudje učijo in kako jih poučujemo matematiko ter vse pojave, ki na ta procesa vplivajo.

Raziskovalne metode si didaktika matematike izposoja pri antropologiji, sociologiji, psihologiji, filozofiji, teoriji umetne inteligence,...

Pomembnost teorij

Ali bi:

- Na razredni stopnji uporabljali kalkulatorje?
- Katera ponazorila najbolj učinkovito razvijajo koncept števila?
- Je učenje matematike individualna ali skupinska aktivnost?
- Ali je škodljivo (za učence) na razredni stopnji učiti deljenje ulomkov?

Kaj storiti, če učenec zapiše štiristo sedemindvajset kot 40027?

Konfliktnost med teorijami? Didaktika matematike je mlada veda Svet je bil zelo dolgo ploščat-fizika

Instrumentalno in relacijsko razumevanje ali učenje

- Učenje = proces spreminjanja miselnih struktur
- Primer: pot od hotela do pošte... raziskovanje mesta)

Osnovna tipa matematičnega znanja

- KONCEPTUALNO ZNANJE

logične **relacije**, ki obstajajo v mišljenju kot del omrežja idej (kognitivne sheme).

Npr: sedem, pravokotnik, enice/desetice/stotice

- PROCEDURALNO ZNANJE

a) poznavanje pravil in postopkov, ki jih uporabljamo za izvedbo rutinskih matematičnih postopkov

b) simbolizem,

Konceptualno znanje

- Učitelj idejo že ima, otrok jo še le konstruira v procesu poskus-napaka-poskus-...
- Ideja leži v **odnosu (relaciji)**.

Primer:

Ideja: enice/stotice/desetice (desetiški sistem)

Model: Dienesove kocke (kocke za ponazarjanje desetiških enot)

Relacija: Deset "enic" je ena "desetica"

Proceduralno znanje

ALGORITMI

- Lastne strategije
- Tradicionalni
- SIMBOLI:
- 5,6, =, 2³
- Ali lahko prispevajo h konceptualnem znanju?
- Primer: Štirje otroci so imeli 3 vrečke bonbonov M&M. Sklenili so, da bodo odprli vse tri vrečke in si bonbone pravično razdelili. V vsaki vrečki je bilo 52 bonbonov. Koliko bonbonov dobi vsak?
- Zapišite lastno strategijo, ki jo razvije 10-letni otrok.
- Zapišite rešitev z uporabo tradicionalnih algoritmov pisnega računanja.
- Katera prispeva več h konceptualnem znanju?

Didaktični modeli (pripomočki, mediatorji, manipulatorji, ponazorila, ...)

Cuisenairove paličice- rodke

Ploščice za vzorčke

Uporaba ponazoril

Kot pomagalo za razvoj novih konceptov in relacij. Otrok izbere model, ki mu ustreza, odrasli ne vsiljuje "svojega" modela. Kot pomagalo za izgradnjo povezav med koncepti in simboli "Zapišite s simboli kar ste ravnokar počeli" Za vpogled v otrokovo razumevanje

Nepravilna uporaba ponazoril

- Demonstracija
- “Ponovite, kar saem ravnokar storila jaz”
- Ponazorila kot “naprava za odgovore”
- Do odgovora je mnogo lažje priti z uporabo modelov. Poudarjati moramo POT in ne ODGOVORA.
- Ni povzetka

Razvojna obdobja po Piagetu

Senzo-motorično

- z besedami logične misli ne zna izraziti;
- otrokova inteligenca se izraža predvsem preko senzo-motoričnega aparata brez uporabe simbolov.

Predoperacijsko obdobje

- Otrok uporablja miselne reprezentacije objektov,
- inteligenco izraža preko uporabe simbolov,
- operacije lahko izvaja le nad fizičnimi objekti,
- razmišlja na nelogičen, ireverzibilen način.

Konkretno-operacijsko obdobje

- Otrok lahko izvaja miselne operacije nad reprezentacijami konkretnih objektov.
- Fazo karakterizira 7 tipov konzervacije.
- Razvija se operacionalno razmišljanje (miselna dejavnost, ki je reverzibilna)

Brunerjeva klasifikacija reprezentacij

1. Enaktivna reprezentacija

Je reprezentacija preteklega dogodka z namišljenimi ali dejanskimi motoričnimi odzivi.

2. Ikonična reprezentacija

Omogoča povzemanje dogodkov s selektivno organizacijo in naknadno transformacijo dražljajev/podob.

3. Simbolična reprezentacija

Se nanaša na reprezentacijo (izpeljanih pojmov) v (umetnem) simbolnem svetu.

Matematiko lahko intelektualno pošteno učimo z vsako izmed treh reprezentacij

Pogosto ni vprašljiva učenčeva zrelost ali predznanje ampak reprezentacija, ki ne sme biti ne prelahka in ne pretežka

Resnično razumevanje dosežemo, ko lahko fluentno prehajamo med vsemi tipi reprezentacij

Strategije razvojno usmerjenega poučevanja

1. Ustvarjanje matematičnega okolja

“Rada bi nekaj dodala k temu kar je povedal Peter.” “Ne strinjam se s Tatjano”. “Razmišljam kako bi bilo, če bi...” “Morda bi poskusili...”

2. Zastavljanje matematičnih nalog, ki so vredne truda.

3. Uporaba sodelovalnega učenja

4. Uporaba modelov in kalkulatorjev kot kognitivnih orodij.
5. Vzpodbujanje razprave in zapisovanja idej. Dnevniki, poročila,...
6. Vztrajanje pri utemeljevanju odgovorov. Zakaj misliš tako? Pojasni mi...
7. Aktivno poslušanje (Gordon)

STRUKTURA UČNEGA PROCESA

Načrtovanje

1. Letni načrt primerjaj z učnim načrtom
2. Cilje načrtuj glede na učni načrt in glede na taksonomske stopnje (PROCESNI CILJI)
3. **PRIPRAVA učne ure**

Zastavitev ciljev

Vsebinska priprava (opredelitev etap in vsebine posameznih etap; izgradnja mat. pojma; diferenciacija)

Didaktična priprava (metode, oblike,..) Tehnični okvir (učni pripomočki, viri)

2. **IZVEDBA učne ure (etape učne ure)**

Slediti zastavljenim ciljem

Konstruktivna dimenzija učitelja (izvedbo prilagoditi dani situaciji)

3. **ANALIZA učne ure**

Povratna informacija učitelju.

Načrtovanje učnega procesa

- OBLIKE načrtovanja
- globalno po posameznih predmetih
- VSEBINSKO načrtovanje
- profil šole
- ČASOVNO načrtovanje
- letno (140,140,175,175,140 ur/leto)
- tedensko (35 tednov, efektivno 30 tednov)
- dnevno (1 ura 4x na teden)

Besedilne naloge

- ❖ **Učence motivirati za delo z zanimivimi nalogami.**

Pod oblaki letita dve raci pred dvema racama, dve raci za dvema racama in dve raci med dvema racama. Koliko rac vidimo?

- ❖ **Z besedilno nalogo uvesti učence v novo snov.**

V nedeljo smo kupili 13 jabolok. To je 4 več kot v ponedeljek. Koliko smo jih kupili v ponedeljek? (odštevanje s prehodom)

- ❖ **Že znano snov utrjevati, poglobljati in razširjati.**

V našem razredu je 30 otrok. Fantov je štirikrat več kot deklet. Koliko jih je?

- ❖ **Preverjati dosežke učencev.**

- ❖ **Razvijati sposobnosti in spretnosti, navajati na vztrajnost pri delu, preudarnost in samokritičnost.**

- ❖ **Naloge, za katere smo včasih uporabljali izraz uporabne.**

Brat in sestra imata 19 orehov. Brat ima 3 orehe več kot sestra. Koliko orehov ima brat in koliko sestra?

- ❖ Besedilne naloge, ki obravnavajo odnose med števili in vključujejo matematične pojme.

Ne izhajajo iz vsakdanjega življenja! Odštevanec je 13, razlika pa 9. Izračunaj zmanjševanec!

- ❖ Besedilne naloge, ki vključujejo posebna matematična znanja s področja merjenja količin in geometrije, ki so uporabna pri reševanju življenjskih problemov.

Vrt je dolg 12 m in širok 8 m. Koliko stebrov potrebujemo za ograjo, če jih postavljamo 1 m narazen?

Kako rešujemo besedilno nalogo »po korakih«?

- **Nalogo dobro preberemo.**

V treh dneh smo pobrali 7710 kg jabolk. V prvih dveh dneh skupaj smo jih nabrali 4820 kg, v drugih dveh dneh skupaj pa 5040 kg. Koliko smo jih nabrali vsak dan?

- **Ugotovimo, kaj naloga pove**

(podčrtamo podatke, podatke uredimo v razpredelnico, narišemo skice, grafično predstavimo problem ipd.)

- **Ugotovim, kaj me naloga sprašuje.**
- **Razmišljam, sklepam, načrtujem.**
- **Zapišem potrebne račune in jih izračunam**
- **Zapišem odgovor.**

Osnovne oblike grupiranja

- **Grupiranje učencev znotraj heterogenih razredov** (*within-class grouping*).
NOTRANJA
- **Grupiranje učencev v homogene razrede** (angl. *streaming, tracking*). Popolna
ZUNANJA
- **Grupiranje učencev pri določenih predmetih** (angl. *setting, regrouping*).
FLEKSIBILNA

Individualizacija in diferenciacija

- **Učna diferenciacija** je pretežno organizacijski ukrep, s katerim demokratično usmerjamo učence po njihovih določenih razlikah v občasne ali stalne homogene in heterogene učne skupine, da bi tako šola z bolj prilagojenimi učnimi cilji, vsebinami

in didaktično-metodičnim stilom dela bolj uresničevala socialne in individualne vzgojno-izobraževalne namene.

- **Učna individualizacija:** je didaktično načelo, ki zahteva od šole in učitelja, da odkrivata, spoštujeta in razvijata utemeljene individualne razlike med učenci, da skušata sicer skupno poučevanje in učenje čimbolj individualizirati in personificirati, se pravi prilagoditi individualnim vzgojnim in učnim posebnostim, potrebam, željam in nagnjenjem posameznega učenca ter mu omogočiti kar se da samostojno učno delo.

Diferenciacija je "groba individualizacija"

Diferenciacija je sredstvo za doseganje cilja tj. individualizacije.

Bloom:

- poznavanje,
- razumevanje,
- uporaba,
- analiza,
- sinteza,
- vrednotenje
- evalvacija.

Tristopenjska taksonomija

1. **poznavanje** (reprodukcija znanja)
2. **razumevanje** (v ožjem smislu) **in uporaba znanja**
3. **višji miselni procesi: analiza, sinteza in vrednotenje** (s poudarkom na novosti problemske situacije, na samostojnosti reševanja problemov in na originalnih oz. ustvarjalnih rešitvah)

DEKLARATIVNO:

Poznavanje pojmov in dejstev ter priklic znanja:

- Poznavanje posameznosti: reproduktivno znanje (*poštevanka*)
- Poznavanje specifičnih dejstev: definicij (*krožnica je...*), formul (*obseg večkotnika izračunamo tako, da...*), izrekov (*kvadrat je pravokotnika;*)
- poznavanje terminologije: osnovni simboli (+, -, ..), terminologija (*zmanjševanec,...*)

KONCEPTUALNO:

Razumevanje pojmov in dejstev:

- prepoznavna pojma (npr. *lik kot mejna ploskev telesa*),
- predstava (*številске predstave-določiti odnose med števili, geometrijske predstave-kvadrat lahko razdelim na dva trikotnika*),
- Razumevanje terminologije (*a,b, stranici*)
- Razumevanje definicij in izrekov
- Reprezentacije pojmov (*glej Bruner*)

- Povezave pojmov (*podobnost med kvadratom in pravokotnikom, razlika med večkratniki števila 2 in večkratniki števila 3*)
- Navajanje primerov (*naštev geometrijska telesa, like, sedemkratnike,...*)
-

PROCEDURALNO

poznavanje in obvladovanje algoritmov in procedur = metod oz. postopkov

- Rutinsko proceduralno znanje: uporaba pravil in obrazcev, reševanje preprostih nesestavljenih nalog z malo podatki.
- Kompleksno proceduralno znanje: poznavanje in učinkovito obvladovanje algoritmov, uporaba pravil, zakonov, postopkov, sestavljene naloge z več podatki.
-

Računanje v drugi desetici

❖ Enaktivni nivo “Problem of the day”

Mojca in Tinka imata skupaj 18 kock. Tinka ima 12 kock več kot Mojca.

❖ VERBALIZACIJA

Kaj smo počeli? *Najprej smo dali na stran kocke, ki so prav gotovo Tinkine, nato smo...*

Učitelj usmeri pozornost samo v ta del

❖ Ikonični nivo

1. Narišimo kocke
2. Narišimo vedno bolj abstrahirane reprezentacije. (postopna simbolizacija)
3. Ponazorimo MISELNO POT

❖ VERBALIZACIJA

Kaj smo počeli? Narisali smo 18 kock. (Kako?) Skupino 10ih in skupino 6ih. Nato smo jih 16 prečrtali. (Kako?) Celotno skupino 10h in še 2.

❖ Simbolni nivo

“Majhni računi” $8-6=2$

“Veliki računi” $18-16=2$

- Miselna dejavnost postaja rutinskašmnemotehnična sredstva (barva, pozicija ipd.)

❖ VERBALIZACIJA

Kako računamo? Odštejemo lahko samo “enice” tj. zadnji številki. ZAKAJ? Ker “veliko skupino” odštejemo v celoti in je torej $10-10=0$. “Enka”=desetica torej vedno izgine

Temeljno načelo 3: Reprezentacije

1. Enaktivna reprezentacija

Je reprezentacija preteklega dogodka z namišljenimi ali dejanskimi motoričnimi odzivi.

2. Ikonična reprezentacija

Omogoča povzemanje dogodkov s selektivno organizacijo in naknadno transformacijo dražljajev/podob.

3. Simbolična reprezentacija

Se nanaša na reprezentacijo (izpeljanih pojmov) v (umetnem) simbolnem svetu.

TEMELJNI STANDARDI ZNANJA PRVEGA TRILETJA

- Razvijejo ob praktičnih aktivnostih svoji starosti primerne številske predstave, ki temeljijo na praktičnih aktivnostih. ← količinska predstava
- Usvojijo števila do 1000. ← orientacija
- Znajo seštevati in odštevati v množici naravnih števil do 1000 (brez prehoda).
- Znajo poštevanko v obsegu do $10 \cdot 10$ in količnike, ki so vezani na poštevanko.
- Prepoznajo dele celote. ← manjka v tem. Standardih
- Ločijo med geometrijskimi oblikami: črte, liki, telesa. ← manjka točka
- Prepoznajo simetrijo.
- Poznajo osnovne merske enote za: dolžino (m, dm, cm), maso (dag, kg), prostornino (l, dl), denar (evri????), čas (dan, teden, ura, minuta).

Subitizacija

(hitro prepoznavanje števila oz. direktno perceptualno razumevanje kardinalnosti množice)

Poznamo dva tipa:

1. Perceptualna subitizacija

Prepoznati število brez uporabe matematičnih procesov

2. Konceptualna subitizacija

Uporablja urejenost vzorcev npr. domina $6=3+3$

Subitizacija je pomembna matematična veščina. V šolah vzpodbujamo konceptualno subitizacijo ker:

- Razvija koncept števila (konzervacija, štetje, razstavljanje, sestavljanje števil)
- Je komponenta vizualizacije
- Razvija domišljijo
- Povezuje prostorsko prestavo z aritmetičnimi sposobnostmi
- Vzorci in relacije so prvi algebraični pojmi
- Vzpodbuja ocenjevanje

Količinske predstave

- Štetje je dejavnost, ki nam pove koliko predmetov je v skupini. Zadnja beseda v sekvenci štetja določi kardinalnost preštene množice.
- Števila so povezana med sabo na zelo različne načine. Število 7, je npr. več kot 4, za dve manj kot 9, sestavljeno iz 3 in 4, pa tudi iz 2 in 5, je tri stran od 10 in ga lahko hitro prepoznamo v različnih razporeditvah pik.
- Številske predstave so močno povezane z svetom okrog nas in predstavljajo začetek osmišljanja sveta na matematični način

Zapisovanje in prepoznavanje števil

- verbalno znanje je dovolj za reševanje preprostih problemov
- Prepoznavanje simbolov za števila
- Zapisovanje in branje števil

- Pravilen zapis števil

Ne vpeljajmo simbolnega zapisa prehitro!!

Navodila za zapis števk:

1. Groba motorika (s rustom po zraku, z barvnimi kredami po tabli, z različnimi pisali na velike površine, pri čemer številke večkrat prevlečemo)
2. Fina motorika (s prstom po mizi, po majhni radirki, po notranji strani druge roke)
3. Zvezek ali učni list (s prstom sledimo zapisni številki, s pisalom brez prekinitve prevlečemo številko, v kvadratke pišemo samostojne številke)
4. Dodatne vaje (gnetenje števil, oblikovanje števil iz žice, volne, pisanje števil z zaprtimi očmi, številke napisane z lepilom posipljemo z zdrobom ipd., pisanje po pesku, mnemotehnične slike: 1=žirafa, 2=raca, 3=snežak, 4=miš, 5=jabolko, 6=muca, 7=dinozaver, 8=piščanček, 9=dojenček, 10=polž)

Operacije

Seštevanje in odštevanje sta povezana. Seštevanje poimenuje celoto glede na dele, odštevanje poimenuje manjkajoči del.

Množenje vključuje preštevanje skupin enakih kardinalnosti in določanje skupne količine (multiplikativno razmišljanje)

Množenje in deljenje sta povezana. Deljenje poimenuje manjkajoči faktor, če je znan zmnožek in drugi faktor.

Ponazorila uporabljamo za reševanje kontekstualiziranih problemov.

Pregled

Strukture seštevanja in odštevanja.

Poučevanje seštevanja in odštevanja:

- uporaba kontekstualnih problemov
- uporaba ponazoril v problemskih situacijah
- primerjalni modeli
- lastnosti (komutativnost,...)

Komutativnost seštevanja

Tanja je na strani 5 zelo zanimive pustolovske knjige. Jutri bi rada prebrala še 3 strani. Na kateri strani bo jutri zvečer? V hladilniku so bili le še 3 jogurti. Mama je šla po nakupih in prinesla še 5 sadnih jogurtov. Koliko jogurtov je v hladilniku sedaj?

Asociativnost seštevanja

Pantomima-Aritmetika-Asociativnost vsote

Število 0

O je razlika dveh števil

Karkoli $+0$ =karkoli

Karkoli-0 je karkoli

Trije seštevanci

Pantomima-Asociativnost

Mestnovrednostni koncept

- ▶ Skupine po deset (tudi deset skupin po deset ipd.) lahko opazujemo kot posamične enote. Te skupine lahko štejemo in uporabljamo za opis količin. Npr. tri skupine po deset in dve posamični enoti je metoda v desetiškem sistemu, ki opiše 32.
- ▶ Položaj števk v številih določa kaj predstavljajo-skupino, ki jo štejejo.
- ▶ Mestnovrednostni zapis v desetiškem sistemu vključuje vzorce (npr. v vsaki desetici gredo enice od 0 do 9).
- ▶ Grupiranje je lahko izvedeno na različne načine npr: 256 je lahko 1stotica, 14 desetic in 16 enic, tako pregrupiranje služ učinkovitemu računanju.
- ▶ “Zares velika” števila najboljše razumemo v znanih situacijah iz realnega sveta (npr. število ljudi na stadionu je lažje konceptualizirati kot število 10 000)
- ▶ Mestnovrednostni koncept je težak.
- ▶ Vrtčevski otroci štejejo do 100, a njihov ogled deluje po “štej po ena” načelu.
- ▶ V 1. , 2. razredu znajo naštetih 53 ploščic brez želje po grupiranju, ne znajo pa “iz glave” odgovoriti koliko ploščic bi naštel, če bi jih morali dodati še 10, tudi na vprašanje “Koliko kupčkov po 10 bi nastalo, če bi ploščice zložili?” ne znajo odgovoriti vsi. Zapis 53 dojemajo kot eno samo številko. Vedo, da je več kot 47, ker pri štetju gredo mimo 47, da pridejo do 53.
- ▶ Znajo odgovarjati na vprašanja Koliko desetic, koliko enic, a brez razumevanja.

Osnovne ideje mestnovrednostnega zapisa

- ▶ Razumevanje mestnovrednostnega zapisa vključuje:
 - A) konceptualno znanje grupiranja po deset
 - B) proceduralno znanje o tem kako zapisovati in brati zapise števila skupin v sistemu mestnih vrednosti.

Modeli

- ▶ negrupirani: Žetončki (fižolčki, kocke itd) in lončki ter vedrca (za stotice), Link kocke, Paličice, zobotrebci,...
- ▶ Grupirani: Iz papirja, Dienesove kocke (kocke za ponazarjanje desetiških enot)
- ▶ Neproporcionalni (niso modeli za razvijanje koncepta mestne vrednosti): Abakus, Denar (zelo uporaben le, če učenci poznajo relacije), Pozicijsko računalno

Računske operacije-nadaljevanje-prehod

Temeljna računski dejstva predstavljajo računi seštevanja in množenja v katerih sta oba seštevanka oz. oba faktorja manjša od 10 ter pripadajoči računi odštevanja in deljenja.

Ustni algoritem (algoritem je mehanična operacija, ki jo izvajamo korak za korakom); lahko je pisni (3.razred), ustni (2.in 3. razred) ali samo miselni (1. razred).

Učenci se mnogokrat ne zavedajo, da obstajajo različne strategije za računanje, saj jim je predstavljen le en model (npr. dopolnjevanje do desetice).

Dokler otroci ne razumejo mestnovrednostnega zapisa je algoritem le seznam pravil, ki so nepovezana z vsakdanjim življenjem.

Učimo koncept seštevanja in ne algoritma seštevanja!

Dopolnjevanje do desetice

Škatle z jajci + 10 ovirji(1.razred)

Postopna simbolizacija (2.razred)

Zapis miselne poti

Strategije za računska dejstva seštevanja

- ▶ Ena/dve več kot
- ▶ Dejstva z ničlo
- ▶ Dvojčki
- ▶ Skoraj dvojčki
- ▶ Dopolnjevanje do deset
- ▶ Drugo (dvojčki in ena; komutativnost;...)

Množenje in deljenje

- ▶ Množenje vključuje ugotavljanje skupnega števila predmetov, ki so razporejeni v skupine z enako kardinalnostjo (multiplikativno razmišljanje).
- ▶ Množenje in deljenje sta povezana. Deljenje poimenuje manjkajoči faktor v multiplikativnem računu.
- ▶ Ponazorila uporabljamo ob reševanju kontekstualnih problemov in lažjo izbiro ustrezne operacije ne glede na številski obseg v katerem delamo. Ponazorila uporabljamo tudi za osmišljanje številskih stavkov.

V multiplikativnih problemih

a) eno izmed števil šteje koliko je enako močnih skupin ali delov enake velikostià MNOŽENEC (1.faktor).

b) Drugo število pove velikost skupine ali dela à MNOŽITELJ (2. faktor)

c) Tretje število prešteje kako močna je unijaà ZMNOŽEK (produkt)

Strukture problemov

Enako močne skupine

Multiplikativno primerjanje (n -krat več)

Kombinatorika (kartezični produkt, osnovni izrek)

Produkt količin (npr. ploščina pravokotnika)

1. Znana množenec, množitelj, iščemo zmnožek à množenje

Marko ima 4 vrečke z jabolki. V vsaki vrečki je 6 jabolok. Koliko jabolok ima Marko?

2. Znan zmnožek in množenec, iščemo množitelj à deljenje (pravično deljenje, partitivno deljenje, deljenje med)

Marko ima 24 jabolčk, ki bi jih rad pravično razdelil med 4 prijatelje. Koliko jabolčk dobi vsak prijatelj?

3. Znan zmnožek in množitelj, iščemo množenecà deljenje (merjenje, zaporedno odštevanje, kvocientno deljenje, deljenje po)

Marko ima 24 jabolčk. Pospravil jih bo v vrečke s po 6 jabolčki. Koliko vrečk bo napolnil?

Kombinatorika

Samo si je kupil 4 pare hlač in 3 jopiče. Na koliko različnih načinov se Samo lahko obleče?

Preštevanje različnih možnosti kako paroma povezati elemente dveh množic. Zmnožek predstavljajo pari, kjer je prvi element iz prve množice, drugi pa iz druge. Oba faktorja tokrat predstavljata velikost množic zato ne ločimo med dvema strukturama pri deljenju.

Poučevanje množenja in deljenja

Razvijati mišljenje, kjer na skupino gledamo kot na enoto, ki vključuje dele.

Na skupino mora otrok gledati dvojno:

- Kot skupino, ki vključuje npr. 4 jabolka
- Kot enoto pri preštevanju skupin (5 vrečk)

Delo z materialom, nastavljanje, preštevanje,

Zakon o zamenjavi

Uporabimo pravokotni model:

Zakon o združevanju $(3 \cdot 4) \cdot 6 = 3 \cdot (4 \cdot 6)$

Najprej enomestna $3 \cdot 4 \cdot 6$, nato tudi $3 \cdot 4 \cdot 12$

Problemska situacija npr. Mama ima v kleti 3 omare, v katere zlaga kozarce z marmelado. V vsaki izmed omar so po 4 police, na vsako polico gre 6 kozarcev.

Skicirajmo in ugotovimo dva načina računanja.

1. način računanja: Koliko je polic?
2. način računanja: Koliko je kozarcev v eni omari?

Uporaba: "pametno računanje" $2 \cdot 17 \cdot 5$, $17 + 50 + 83$

Zakon o razčlenjevanju $4 \cdot 6 + 4 \cdot 3$

Otroci so se igrali s krožci. V eno vrsto so postavili 2 bela in 4 črne krožce. Naredili so 3 take vrstice.

1. Način računanja: Koliko krožcev v eni vrstici?
2. Način računanja: Koliko belih/črnih krožcev?

Uporaba: "pametno računanje"

$$4 \cdot (37+63), (195-45):5$$

Proceduralni del

Strategije s pomožnimi dejstvi

Podvoji in spet podvoji (faktor je 4)

$4 \cdot 6 \dots$ dvakrat 6 je 12, dvakrat 12 je 24.

TEŽJE: $4 \cdot 8 \dots$ dvakrat 8 je 16, koliko je 16 in 16 (to je 15 in 15, kar je 30 in še ena in še ena).

Podvoji in še ena množica zraven (faktor je 3)

$3 \cdot 7 \dots$ dvakrat 7 je 14, 14 in še 7 je 21

Razpolovi in nato podvoji (faktor je sodo število)

$6 \cdot 8 \dots$ trikrat 8 je 24, dvakrat 24 je 48

$6 \cdot 7 \dots$ trikrat 7 je 21, dvakrat 21 je 42

TEŽJE $8 \cdot 7$, štirikrat 7 je 28, dvakrat 28 je (dvakrat 25 je 50 in še 3 in še 3)

Dodaj še eno množico (karkoli)

$7 \cdot 6 \dots$ 7 petic je 35 in še 7 je 42

$6 \cdot 8 \dots$ pomožno dejstvo je 40, toda ali dodam 6 ali 8? Zakaj?

$7 \cdot 8 \dots$ dvojčki $7 \cdot 7$ in še 8

Količniki

Kako ugotovite koliko je $48 : 6$ ali $36 : 9$?

Prstki.

Kolikokrat po 9 je 36 tj. količniki so povezani s poštevanko.

Aktivnosti, ki vključujejo ostanek so dobre, kajti miselno preletimo vse večkratnike, da najdemo najbližjega.

SESTAVLJANJE RAČUNSKIH OPERACIJ

Enostavni računi... sestavljeni računi (ena/dve računski operaciji)

V 1. razredu seštevanje in odštevanje

V 3. razredu spoznajo račune, ki vsebujejo množenje/deljenje ter seštevanje/odštevanje

ZAKAJ ima množenje prednost???

V 4. /5. razredu številski izrazi brez/z oklepaji + oznako x v preprostem izrazu zamenjati z danim številom in izračunati vrednost (spremenljivke)

Dogovor: od leve proti desni, če ne določa prioriteta dru

Črke v računih!

- Pojavijo se pri enačbah, kasneje v številskih izrazih.
- Igrajo vlogo oznake za neznano/dano število in ne vloge spremenljivke
- Pri tabeliranju pričenjajo prevzemati vlogo spremenljivke (glej sklop Povezanost količin).

Mestnovrednostni koncept

Količinske predstave – večja števila

Zbirajmo do 10 000 (gumbov, zamaškov, svinčnikov,...)

Prikažimo 10 000 (narišimo toliko zvezd, izdelajmo papirnato verigo s toliko členki,..)

Kako daleč? Kako daleč pride malček, ko prehodi 1000 korakov? Kako dolgo traja 1000 sekund?

Ocenjumo: koliko kovancev po 1cent bi potrebovali, da bi obkrožili razred?

Modeli, pripomočki, ponazorila, manipulatorji,...

NEGRUPIRANI

Žetončki (fižolčki, kocke itd) in lončki ter vedrca (za stotice); link kocke; paličice

GRUPIRANI

Dienesove kocke, koralde,
računalo

NEPROPORCIONALNI

denar; pozicijsko računalo, [Virtualni manipulatorji](#) (IKT)

Razumevanje mestnovrednostnega zapisa

- A) konceptualno znanje grupiranja po deset
- B) proceduralno znanje o tem kako zapisovati in brati zapise števila skupin v sistemu mestnih vrednosti.

Ginsburg:

1. faza: Otrok zapisuje število pravilno, a ne ve zakaj
2. faza: Zave se, da so drugi zapisi napačni (npr. 31 za trinajst)
3. faza: Zapis poveže z razumevanjem mestne vrednosti (npr. 1 pomeni deset in 3 pomeni tri, deset in tri je trinajst).

25% 15 letnikov še ne doseže 3. faze (petstotritisočdve)

Pisni algoritmi

Kaj je algoritem? Končen postopek, ki se izvaja korak za korakom.

“Šolske” algoritme delimo na:

- Aritmetične algoritme (pisni algoritmi)
- Algebrske algoritme (reševanje enačb)
- Konstrukcijski algoritmi (risanje histogramov, kasneje grafov funkcij)

Osnovni principi:

1. Tehnologija spreminja pomembnost algoritmov, nekateri postajajo bolj, nekateri manj pomembni
2. Za dano nalogo algoritmi vključujejo tri tipe procesov: miselne, papir in svinčnik, uporaba tehnologije
3. Učenci bodo algoritme vedno preoblikovali po svoje, ne glede na to katere algoritme učitelji mislijo da učijo.
4. Za uporabo algoritma morajo učenci imeti razvita orodja in sposobnost uporabe le teh (poštevanka, ocenjevanje).
5. Algoritem mora imeti nek namen, da ga je vredno poučevati.

Pisno računanje

- ▶ $214+827=214+800+27$ Zapis ustnega seštevanja

Tudi, ko že računamo pisno, je treba gojiti ustno računanje (do 100 vedno!)

Uvajamo ga v 4. razredu.

Spoznajo algoritme za izvajanje +,-,*,:

Spoznajo da se vsi algoritmi, razen deljenja, začenjajo pri enicah

Algoritem najprej utemeljimo, kasneje avtomatiziramo.

Okvir:

1. brez prehoda

❖ **Poudarimo podpisovanje (karo zvezki).**

❖ **Števili, ki ju seštevamo, zapišemo eno pod drugo. Poravnamo ju tako, da stojijo enice pod enicami, desetice pod deseticami in stotice pod stoticami. Zapišemo znak za seštevanje in pod številoma potegnemo črto.**

❖ **seštevamo od zadaj naprej in od spodaj navzgor**

471

+315

Začnemo v zadnjem stolpcu. Kocke za ponazarjanje desetiških enot, pozicijsko računalo, razpredelnica, zapis z desetiškimi enotami ($5E+1E=6E$)

$5+1=6$. Govorimo: 5 in 1 je šest.

Nadaljujemo v srednjem stolpcu. Kocke za ponazarjanje desetiških enot, pozicijsko računalo, razpredelnica, zapis z desetiškimi enotami ($1D+7D=8D$)

$1+7=8$. Govorimo: 1 in 7 je osem.

Premaknemo se v prvi stolpec. Kocke za ponazarjanje desetiških enot, pozicijsko računalo, razpredelnica, zapis z desetiškimi enotami ($3S+4S=7S$)

$3+4=7$. Govorimo: 3 in 4 je sedem.

❖ **Zapisujejo naj račune po nareku, da vadijo podpisovanje (tudi z večimi seštevanci, kjer so mešano seštevanci štiri-, tro- in dvo-mestni)**

2. **z enim prehodom**

. Čez enice (vpeljemo prenos/prehod/dalje)

- Prenos utemeljiti preden ga verbaliziramo
- Prenos vidno zapisovati
- Prenos poudarjeno verbalizirati

Tudi naloge, kjer je prenos več kot 1 (pri seštevanju treh seštevancev je prenos 0,1 ali 2)

3. **z dvema prehodoma**

3.1. čez enice in desetice

3.2. čez desetice in stotice

4.S tremi prehodi in posebnosti

- Trije prehodi $788+456=$
- Prehod in brez prehoda $345+728=$
- Ničla v vsoti/razliki $288+12=$
- Več seštevancev (Zapišite)

2 Pisno odštevanje

- osnova: zmanjševancu in odštevancu prištejemo enako število-razlika se ne spremeni
 $(a+c)-(b+c)=a-b$

(tudi primeri kjer c ni le 10 ali 100)

Nujno potrebno je poznavanje strategije "in koliko" (odštevanje z dopolnjevanjem)

Opozoriti: vselej je treba odšteti od zmanjševanca (otroci odštevajo od večjega števila)

4. Pisno množenje

- podpisovanje
- pika drži mesto
- pod drugi ali prvi faktor? Dogovor s 5. razredom, običajno pod prvi zaradi opuščanja črte.
- primeri, kjer zmnožek vsebuje številko 0 nastalo zaradi prehoda (zapišite in ugotovite čemu je težje kot običajni račun)

Množenje z dvomestnim faktorjem

Pisno deljenje

4.razred: z enomestnim deliteljem

5.razred: z dvomestnim deliteljem

- Nujno potrebno predznanje: ocenjevanje količnika

Števila in računske operacije-obseg do 1 000 000

- ▶ Množica naravnih števil do milijon
- ▶ Deli celote
- ▶ Seštevanje in odštevanje do milijona (pisno in ustno)
- ▶ Množenje in deljenje do milijona
- ▶ Potenca

Enačbe

Dva matematična izraza, ki sta zapisana s števili in črkami, med njima pa stoji enačaj, imenujemo enačba.

Enačba....matematični zapis enačenja

Izhodiščna dejavnost...enačenje

Primer: Otroci so pobirali sadje. Tonček je nabral v košaro 26 jabolok. Košaro je položil na mizo. Mojca in Ana sta svoji košari postavili na skupno mizo. V Mojcini košari je 18 jabolok, Anina košara je pokrita. Tine je nabral enako mnogo sadežev kot dekletki skupaj.

SLIKA:

SIMBOLI:

Najprej se učenci morajo naučiti nastaviti enačbo, šele nato računamo

Primer: Na tehtnici imamo jabolka, levo je vrečka z 12 jabolki, desno vrečka s 5 jabolki in neprozorna vrečka. Tehtnica je v ravnovesju.

Enačba: $12 = 5+a$

$12-5 = 5+a-5$ **Ne zapišemo!**

$12-5 = a$

$7 = a$

Preizkus: $12 = 5+a$

$12 = 5+7$

$12 = 12$

Pomembno:

- zapis enačbe na podlagi enačenja
- uvedba pojma neznanka (oznaka za neznanu število)

4. razred**postopek reševanja-algoritem (preizkus!)****Deli celote**

1. pojma: celota, del celote
2. ENAKI deli celote (polovica,...)

Trije vidiki:

- Geometrijski
- Merljivi
- Aritmetični (2/3 od 27)

Osnove racionalnih števil(okrajšani ulomki)

Deli celote nastane, ko celoto razdelimo na enake dele. Celota oz. enota je lahko objekt ali zbirka stvari. Bolj abstraktno: celota je 1. Na številski premici je celota razdalja med 0 in 1.

Deli celote imajo posebna imena, ki povedo, koliko delov je potrebnih za nastanek enote. Npr. potrebujemo tri tretjine za celoto.

Če iz celote naredimo več delov, so le-ti manjši. Npr. osmine so manjše od petin (če je celota podana).

Imenovalec ulomka pove na koliko enakih delov je bila razdeljena enota. Zato igra imenovalec vlogo delitelja. Imenovalec tudi poimenuje del celote. Števec ulomka prešteje ali pove koliko delov (tistega tipa, ki ga določi imenovalec) proučujemo. Torej je števec večkratnik danega dela celote.

Dva ekvivalentna ulomka predstavljata dva načina opisa enake količine z uporabo različnih delov celote. Če npr. v ulomku $\frac{6}{8}$ gledamo osmine paroma, nam vsak par osmin predstavlja četrtino in dobimo $\frac{3}{4}$.

- ▶ Načelo pravične delitve
- ▶ Pričnemo z nalogami razpolavljanja (četrtina, osmina) nadaljujemo s tretjinami, šestinami,...

NALOGE RAZPOLAVLJANJA: (Narišite slike, razvrstite po težavnosti!)

1. Štirje otroci si delijo 10 čokolad.
2. Dva otroka si delita 5 čokolad
3. Štirje otroci si delijo 2 čokoladi
4. Štirje otroci si delijo 5 čokolad
5. Osem otrok si deli 4 čokolade
6. Štirje otroci si delijo 3 čokolade

NALOGE TRETINJENJA (Jih lahko rešite na različne načine?)

1. Šest otrok si deli 4 pice
2. Trije otroci si delijo 4 pice.
3. Trije otroci si delijo 5 pic.
4. Šest otrok si deli 7 pic

Modeli

1. Območja oz.
geometrijski modeli
 - Tortni modeli
 - Pravokotni modeli
 - Geoplošča
 - Risbe na mreži
 - Ploščice za vzorčke
 - Zlaganje papirja
 - Risbe na pikčastem papirju
2. Trakovi oz.
merljivi modeli
 - Cuisenairove paličice
 - Številska premica
 - Risbe delov daljice
 - Preloženi trakovi papirja
3. Množice oz.
aritmetični modeli

Decimalne številke

Temeljne ideje

Decimalne številke so le drugačen način zapisovanja ulomkov.

Mestnovrednostni sistem se širi v obe smeri, levo k večjim vrednostim in desno k manjšim vrednostim. Med dvema mestoma vedno velja odnos "levi je desetkrat večji od desnega"

Decimalna vejica(pika) je dogovor, ki pove, da je enota levo od vejice tista, s katero štejemo.

Seštevanje in odštevanje decimalk je preprosta razširitev seštevanja in odštevanja naravnih števil

3. Razred

decimalni zapis v povezavi z denarjem na nivoju branja (npr. 2,15 EUR preberejo 2 evra 15 centov), količino prikažejo z didaktičnim materialom (denar) 2,50€ (ali je enako kot 2,5€?)

4. Razred

zapisujejo denarne vrednosti (cene) z decimalnim zapisom; seštevajo in odštevajo denarne vrednosti ob primerih iz vsakdanjega življenja.

5. Razred

seštevajo in odštevajo denarne vrednosti ob primerih iz vsakdanjega življenja.

6. Razred

zapisujejo merske količine z naravnim številom, decimalnim številom in ulomkom (npr. 5 dl, 0,5 l, $\frac{1}{2}l$) ob primerih iz vsakdanjega življenja

GEOMETRIJA IN MERJENJE

1. Geometrija (orientacija, geometrijske oblike, transformacije, uporaba geometrijskega orodja.)

2. Merjenje (količine: denar, dolžina, čas, ploščina, prostornina, masa)

1. razred: odnosi v prostoru; oblike teles, likov, črt; simetrične oblike, ravnilo-črta; dolžina-nestandardna enota, masa-primerjanje, prostornina-primerjanje.

2. razred: odnosi v prostoru; točka, vrste črt, liki, telesa; simetrični liki; šablona-risanje likov; dolžina (m, dm, cm); masa (kg), denar (SIT)

3. razred: orientacija, večkotniki, oglišče, stranice, telesa: ploskev, rob, oglišče; masa (dag); prostornina (l, dl), čas (dan, teden, ura, minuta)

4. razred: ravne črte: daljica, premica, poltrak; pravokotnik, kvadrat, krožnica; medsebojna lega premic; skladnost, simetrala lika, skladnost daljic, geotrikotnik; dolžina (km); masa (g, dag, t); prostornina (hl); čas (sekunda)

5. razred: liki- pravilni šestkotnik, enakostranični trikotnik; telesa: kvader, kocka, mreža; ravnina; odnosi med točko, ravno črto, krožnico in krogom; prostornina (cl, ml); masa (mg); ploščina (mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2); šestilo.

6. razred: koti, deli kroga; ploščinske in prostorninske kubične enote; kotne mere;

Merjenje

Merjenje vključuje primerjanje intenzivnosti neke lastnosti predmeta ali situacije z enoto, ki ima enako lastnost. Preden karkoli merimo, je nujno razumevanje lastnosti, ki jo merimo.

Smiselnost merjenja in ocenjevanja je odvisna od seznanjenosti z enoto, ki jo uporabljamo.

Ocenjevanje in razvoj mejnikov za večkrat uporabljane enote lahko spodbudi razvoj razumevanja enot.

Merilni instrumenti so naprave, ki nadomestijo potrebo po uporabi dejanskih merskih enot. Nujno je razumevanje delovanja instrumentov.

Ploščina in prostornina sta lastnosti, ki jih lahko merimo s pomočjo dolžinskih enot.

Ocenjevanje in približna narava merjenja

Pri ocenjevanju se učenci bolj osredotočijo na lastnost, ki jo merijo.

Ocenjevanje razvija notranjo motivacijo.

Pri standardnih enotah ocenjevanje pomaga pri razvoju mejnikov.

Razvoj "aproksimativnega jezika": *Miza je dolga približno 15 oranžnih rodk. Stol je visok malo manj kot 4 slamice.*

Nestandardne enote

Cilji pri NESTANDARDNIH ENOTAH

Pri nestandardnih enotah se učenci bolj osredotočijo na lastnost, ki jo merijo.

S "pametno" izbiro enot lahko obdržimo številski obseg merskega števila v zelenih okvirih.

Lažje določimo cilje (Je cilj ure koncept ploščine ali cm^2).

Utemeljimo smiselnost standardnih enot.

Nestandardne enote so zabavne.

Standardne enote

1. Seznanitev z enoto
2. Sposobnost izbire primerne enote
3. Poznavanje odnosov med enotami

Ocenjevanje

Ocenjevanje s standardnimi enotami

Vsak dan izberite predmet ali osebo (oranžo, škatlo, vedro, ravnatelj) in lastnost, ki jo bomo ocenili.

2. Skupinam dajte seznam z merami, poiskati morajo (brez merjenja) predmet, ki je najbližje danim meram npr.

3m5dm;

Nekaj kar tehta več kot 1 kg, a manj kot 2 kg

Lonček, ki drži približno 200ml.

3. OMO zaporedje (oceni-meri-oceni)

Izberite pare objektov, ki imajo primerljive mere. Prvi predmet naj ocenijo, nato izmerijo.

Nato ocenijo drugi predmet. Npr.

- Razdalja med očmi, širina glave,
- Teža peščice frnikol, teža vrečke frnikol,
- Prostornina skodelice za kavo, prostornina lončka za malico
- Širina okna, širina zidu

Vplet standardne enote:

Glavni cilji pri vpeljevanju standardnih enot:

1. "Občutek" za enoto. Učenci imajo občutek za velikost temeljnih st. enot in količin, ki jih merijo.
2. Sposobnost izbire primerne enote. Katero enoto izbrati? Kako natančno bomo merili npr. seme trave in kako okno).
3. Poznavanje temeljnih relacij med enotami.

Občutek za enoto

Približno 1 enoto

Učencem damo kvadrat s ploščino 1 dm². Poiščite vse kar meri približno toliko! Posebej zapišite seznam reči, ki so približno pol tako velike ali približno dvakrat tako velike

Referenčni mejniki

Za vsako enoto naj učenci zapišejo 6 predmetov (3 "majhni" in 3 "veliki"), ki so jim blizu in jim lahko določijo ploščino.

Npr. Noht (1 cm²) Radirka (2 cm²), mobitel (40 cm²); dnevna soba (25 m²), parcela (1000 m²), nogometno igrišče (300 nogometnih igrišč 80m x 45m = cca 1 km²)

Osebni mejniki

Izmeri svoje telo!

Ploščina: noht... 1cm², dlan cca 1dm²

UPORABA ENOT

1. posode, ki jih napolnimo in prelivamo/presipujemo v posodo, ki jo merimo.
2. trdne enote s katerimi napolnimo posode, ki jih merimo.

Primeri nestandardnih enot:

- Plastični kozarčki, medicinski kozarčki za zdravila za majhne prostornine

- Plastične posode
- Lesene kocke

Stiroporna polnila iz embalaže

Standardne enote

- ▶ Ena od najhujših metodičnih napak je “premikanje pike” preden je razvid mestnovrednostni koncept.
- ▶ Dokler učenci ne razumejo mestnovrednostnega koncepta tudi levo od decimalne pike ostaja učenje relacij med metričnimi enotami zelo površinsko.
- ▶ V 1. razredu meritev izrazimo z najmanjšo enoto (enoimenske enote tj. 15 cm). V tretjem razredu uporabljamo večimenske enote (npr. 1dm5cm), ki služijo kot nadomestek decimalnim številkam (1,5 dm), katerih uporaba je neformalno dovoljena v 4. razredu.
- ▶ Ko je MV sistem razvit, razvijemo predpone: manjše (deci, centi-, mili-) in večje (deka-, hekto-, kilo-)

Razvoj geometrijskih konceptov

Obstajajo 4 osnovne geometrijske oblike: telesa, liki, črte in točke.

Podobnost in različnost geometrijskih oblik lahko določamo na zelo različne načine.

Like lahko opisujemo s pomočjo njihovega položaja v ravnini ali prostoru.

Like lahko po ravnini ali prostoru premikamo.

Oblike lahko opazujemo iz različnih perspektiv.

Euler-Vennov diagram

Izberite tri lastnosti, ki jih lahko prikažete v klasičnem diagramu za presek!

