

Pisni test pri predmetu Analiza II
28. 8. 2013

Ugasni in odstrani mobilni telefon. Vse odgovore natančno utemelji.
Čas reševanja: **120 minut**.

1. **[25]** Dani sta funkciji $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{2x^2}\right)$ in $g(x) = \arctan\left(\frac{1}{2x-1}\right) - \arctan\left(\frac{1}{2x+1}\right)$.

- (a) Dokaži, da se funkciji f in g na vsakem intervalu, kjer sta obe definirani, razlikujeta za konstanto.
(b) S pomočjo (a) preveri, ali konvergira vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n).$$

2. **[20]** Izračunaj

$$\int_4^5 \frac{dx}{1 + \sqrt{x} - \sqrt{x+1}}.$$

3. **[20]** Naj bo α realna konstanta. Dokaži, da posplošeni integral

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{(x-1)^{2\alpha}} dx$$

konvergira natanko tedaj, ko je $\alpha \in (\frac{1}{2}, 1)$.

4. **[20]** Ali funkcijsko zaporedje (f_n) , podano s predpisom

$$f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = \frac{1}{1+x^n},$$

konvergira

- (a) po točkah,
(b) enakomerno?

5. **[15]** Dana je funkcija $f(x) = (1+x-x^2)\cos(2x)$. Izračunaj $f^{(2013)}(0)$.