

Pisni test pri predmetu Analiza II
10. 7. 2013

Ugasni in odstrani mobilni telefon. Vse odgovore natančno utemelji.
Čas reševanja: **120 minut**.

1. **[15]** Naj bo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ taka odvedljiva funkcija, da bo $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$. Dokaži, da je

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = 0.$$

2. **[30]** S pomočjo prvega in drugega odvoda čim bolj natančno skiciraj graf funkcije

$$f(x) = \sqrt[3]{x}e^{-x}.$$

3. **[30]** Izračunaj

(a) $\int \frac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3(x+2)^5}} dx$

(b) $\int_0^1 x^\alpha \ln^n x dx$, kjer je $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ in $\alpha > -1$.

4. **[25]**

- (a) S pomočjo Taylorjeve vrste izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{\frac{x^2}{2}} + x^2}{x^4}.$$

- (b) S pomočjo razvoja funkcije $f(x) = \ln(x+9)$ v Taylorjevo vrsto v okolici točke $x = 1$ izračunaj vsoto

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{5^n n}.$$