

Pisni test pri predmetu Analiza II
26. 6. 2013

Ugasni in odstrani mobilni telefon. Vse odgovore natančno utemelji.
Čas reševanja: **120 minut**.

1. **[25]**

(a) Dokaži

$$\frac{b-a}{1+b^2} < \arctan b - \arctan a < \frac{b-a}{1+a^2},$$

če je $0 \leq a < b$.

(b) Dokaži

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3}{25} < \arctan \frac{4}{3} < \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}.$$

2. **[25]** Kako naj zvijemo 20 metrski kos žice v pravokotni trikotnik, da bo ploščina trikotnika največja možna?

3. **[20]** Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3n + 2}{4^n}.$$

4. **[30]** Naj bo a poljubna pozitivna realna konstanta.

(a) Dokaži, da je

$$\int_a^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx = \frac{e^{-a}}{a} - \int_a^{\infty} \frac{e^{-x}}{x^2} dx.$$

(b) Dokaži, da za vsak $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ velja

$$\int_a^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{e^{-a} k!}{a^{k+1}} + (-1)^{n+1} (n+1)! \int_a^{\infty} \frac{e^{-x}}{x^{n+2}} dx.$$