

Univerza v Mariboru  
Fakulteta za naravoslovje in matematiko  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
Splošna matematika, Uporabna matematika

Pisni test pri predmetih Analiza IV in Vektorska analiza  
28. 8. 2013

1. [25] Dan je integral

$$I = \int_{-a}^0 dx \int_{-a-\sqrt{a^2-x^2}}^{a-\frac{2}{a}x^2} dy + \int_0^a dx \int_{-a-\sqrt{a^2-x^2}}^{a-x} dy,$$

kjer je  $a > 0$ .

- (a) Natančno skiciraj integracijsko območje.
- (b) Zamenjaj vrstni red integracije in zapiši ustrežni dvojni integral.
- (c) Izračunaj integral  $I$ .

2. [20] Krivulja  $\mathcal{K}$  je podana parametrično  $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, 3t)$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ .

- (a) Izračunaj  $\int_{\mathcal{K}} x^4 y^4 z ds$ .
- (b) Izračunaj  $\int_{\mathcal{K}} y dx + x^2 dy + z^2 dz$ .

3. [30] Krivulja  $\mathcal{K}$  je podana kot presek ploskev

$$x^2 + 4y^2 = 4z + 4 \quad \text{in} \quad y^2 = 2z.$$

- (a) Parametriziraj krivuljo  $\mathcal{K}$ .
- (b) S pomočjo projekcij na koordinatne ravnine  $x = 0$ ,  $y = 0$  in  $z = 0$  skiciraj krivuljo  $\mathcal{K}$ . Projekcije tudi skiciraj.
- (c) Izračunaj torzijsko ukrivljenost v  $T(x, 0, z)$ .

4. [25] Območje  $G$  je podano z neenakostmi

$$x^2 + y^2 \leq z^4, \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \quad \text{in} \quad z \geq 0.$$

Izračunaj pretok vektorskega polja  $\vec{F}(x, y, z) = (2x - y - z, 2y - x - z, 2z - x - y)$  skozi  $\partial G$  v smeri zunanje normale.