

Univerza v Mariboru  
Fakulteta za naravoslovje in matematiko  
Oddelek za matematiko in računalništvo  
Splošna matematika, Uporabna matematika

Izpit pri predmetih Analiza IV in Vektorska analiza  
4. 2. 2013

1. [25] Dan je integral

$$I = \int_{-a}^0 dx \int_{-b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} dy + \int_0^a dx \int_{-b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{-\frac{bx}{a}+b} dy,$$

kjer sta  $a, b > 0$ .

- (a) Natančno skiciraj integracijsko območje
- (b) Zamenjaj vrstni red integracije in zapiši ustrezni dvojni integral.
- (c) Izračunaj  $I$ .

2. [25] Izračunaj volumen in maso telesa, ki ga določa neenakost

$$x^2 + z^2 \leq y \leq 2 - x^2 - z^2,$$

če je  $\rho(x, y, z) = \sqrt{1 + x^2 + z^2}$ .

3. [25] Krivulja  $\mathcal{K}$  je podana parametrično

$$\vec{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t), t \in [0, 2\pi].$$

- (a) Izračunaj fleksijsko ukrivljenost krivulje  $\mathcal{K}$  v poljubni točki.
- (b) Izračunaj

$$\int_{\mathcal{K}} x^2 z ds.$$

4. [25] Dano je skalarno polje  $f(x, y, z) = x^3 y z + x y^3 z + z^3$  in območje  $G$ , ki je določeno z

$$0 < z^2 \leq 1 + x^2 + y^2 \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 \leq 5.$$

Izračunaj

$$\int \int_{\partial G} \text{grad}(f) d\vec{P},$$

če je rob območja  $\partial G$  orientiran z zunanjo normalo.