Univerza v Mariboru
Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Oddelek za matematiko in računalništvo
Splošna matematika, Uporabna matematika

2. test pri predmetih Analiza IV in Vektorska analiza
24. 1. 2011

1. **[25]** Ploskev $\mathcal{P}$ je podana kot $3z = x^2 - y^2$, $x, y \in \mathbb{R}$.
   (a) Parametriziraj ploskev $\mathcal{P}$.
   (b) Izračunaj površino tistega dela ploskve $\mathcal{P}$, ki leži znotraj valja $x^2 + y^2 \leq 1$.

2. **[25]** Naj bo $\vec{F}(x, y, z) = (z^2, y^2, x)$ in ploskev S določena z
$$x + y + z = 1 \text{ in } x, y, z \geq 0.$$
Rob δS orientiramo tako, da je projekcija δS na ravnino xy orientirana pozitivno. Izračunaj $\int_{\partial S} \vec{F}\, d\vec{r}$ in to
   (a) direktno;
   (b) s pomočjo Stokesovega izreka.

3. **[25]** Naj bo $a > 0$ in naj bo $\mathcal{P}$ unija ploskve z enačbo $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ in dela ploskve z enačbo $x^2 + y^2 = a^2$, kjer je $-a \leq z \leq 0$. Izračunaj pretok vektorskega polja $\vec{F} = (y^2 z, x^2 z, z^2)$ skozi ploskev $\mathcal{P}$, orientirano z zunanjo normalo.

4. **[25]**
   (a) Naj bosta f, $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Dokaži:
$$\operatorname{grad}\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{\operatorname{grad}(f)\, g - f \operatorname{grad}(g)}{g^2}.$$
   (b) Naj bosta $\vec{F}$, $\vec{G} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Dokaži:
$$\operatorname{div}(\vec{F} \times \vec{G}) = (\operatorname{rot}(\vec{F})) \cdot \vec{G} - \vec{F} \cdot (\operatorname{rot}(\vec{G})).$$