Delovni list:

Trikotniki in krožnice – 2.del

GeoGebra

1. Funkcija random.
   a. V kvadratu $[0,1] \times [0,1]$ izberi slučajno točko in jo variiraj.
   b. V kvadratu $[-2,0] \times [3,7]$ izberi slučajno točko in jo variiraj.
   c. V krogu s središčem (2,3) in radijem 1 izberi slučajno točko in jo variiraj.

2. Hajjaova transformacija.

   Poljubni točki *P* znotraj trikotnika priredimo točko *P** takole. Najprej narišemo poltrake *AP*, *BP* in *CP*, ki stranice trikotnika sekajo v točkah *U*, *V*, *W*. Trikotniku *UVW* rečemo *Cevov trikotnik trikotnika ABC, pripadajoč točki P.* Vemo, da se trikotnikom *AVW*, *BUW* in *CUV* očrtane krožnice sekajo v skupni točki, ki jo označimo s *P*.* Transformaciji, ki točki *P* priredi točko *P*,* rečemo *Hajjaova transformacija.*

   V GeoGebri izbrani točki *P* znotraj trikotnika konstruiraj točko *P*.* Ročno variiraj točko *P* in izriši sled točk *P*.* Na ta način poskusi razbrati, kam se s to transformacijo preslika notranjost trikotnika *ABC*.

3. Malfattijevi krogi:
   a. Nariši trikotnik *ABC* in poišči njegovo središče včrtane krožnice *I*.
   b. Trikotnikom *ABI*, *BCI* in *AIC* včrtaj krožnice, jih označi s k_c, k_a, k_b, njihova dotikališča s stranicami *c*, *a*, *b* pa z *D*, *E*, *F*.
   c. Nariši tangento iz točke *D* na krožnico k_b (taki tangenti sta dve, vzamemo tisto, ki je bolj oddaljena od točke *A*). Trikotniku, ki ga določata ta tangenta in kraka kota α včrtaj krožnico. Podobno včrtaj krožnico trikotniku, ki ga določata ta tangenta in kraka kota β. Končno nariši tangento iz točke *E* na krožnico k_b (tisto od dveh, ki je bolj oddaljena od točke *C*) in včrtaj krožnico trikotniku, ki ga določata ta tangenta in kraka kota γ.
   d. Skrij vse elemente slike, razen trikotnika *ABC* in krožnic iz točke c). Kaj opaziš?

4. Padajoča lestev.

   Lesena lestev je navpično prislonjena k steni. Na klinu na treh četrtinah lestve od spodaj navzgor sedi mačka. Nekdo lestev od spodaj izmakne, da začne z zgornjim krajiščem drseti po steni, s spodnjim pa stran od stene. Ugotovi, kakšno krivuljo pri tem opiše mačka. Nariši navpično daljico, označi lego mačke, v skladu z nalogo s premikanjem spodnjega oglišča simuliraj padajočo lestev in izriši sled mačke. Postavi hipotezo. Je sklep podoben, če mačka sedi više ali niže na lestvi?

5. Nad stranicami trikotnika *ABC* želimo konstruirati podobne enakokrake trikotnike (s stranicami kot osnovnicami in kotom φ ob osnovnici). Nariši drsnik z vrednostmi φ med −90 in 90. (Pozitiven kot pomeni, da bomo enakokrak trikotnik narisali navzven, negativen pa, da ga bomo narisali navznoter. Da bi lahko uporabljali negativna števila, na drsniku ne izberemo opcije *kot*, pač pa opcijo *število*. Pri konstrukciji kota moramo zato dosledno pisati φ°.)

   a. Pri danem kotu φ nariši nad vsemi tremi stranicami trikotnika enakokrak trikotnik, katerega osnovnica je stranica, kota med osnovnico in krakoma pa merita φ°. Tako dobimo trikotnike *ABU*, *BCV* in *CAW*.
   b. Nariši premice *AV*, *CU* in *BW* in variiraj kot φ°. Kaj opaziš?
   c. Presečišče premic *AV* in *CU* označimo z *X*. Kakšno krivuljo opiše točka X med spreminjanjem kota φ° na danem intervalu?
   d. Premisli, da omenjena krivulja poteka skozi točke *A, B, C, G, H*. Nariši stožnico skozi teh pet točk in preveri hipotezo, da je krivulja hiperbola.

6. Izgubljeni zaklad.

Jakec na podstrešju najde staro skrinjo, v kateri so shranjene skrivnostne listine. Kmalu spozna, da je na eni od njih načrt, ki vodi do zaklada, ki je zakopan na nekem malem otoku. Navodilo je naslednje.

Na otoku sta dve veliki drevesi, bor in hrast. Tam je tudi visok drog za izobešanje zastave. Postaviš se k drogu, korakaš do bora, se obrneš za 90° v desno in korakaš naprej toliko korakov, kot si jih prej opravil od droga do bora. Točko, kamor prispeš, označiš z *A*. Nato se vrneš k drogu, korakaš do hrasta, se obrneš za 90° v levo in spet nadaljuješ toliko korakov, kot si jih prej opravil od droga do hrasta. Tokrat točko označiš z *B*. Zaklad se nahaja v razpolovišču daljice *AB*.

Jakec se loti raziskovanja in z deskanjem po internetu najde otok oblike, kot je bil na zemljevidu v skrinji. Pripravi kovčke in se odpravi tja. Ko prispe na otok, opazi, da sta tam še vedno samo dve visoki drevesi, bor in hrast. Droga za izobešanje zastave pa ni več, niti ni nikjer več nobene sledi o tem, kje bi lahko nekoč bil zakopan.

Pomagajmo Jakcu najti zaklad. V GeoGebri izberi dve točki, ki označujeta legi bora in hrasta. Nekje izberi možno lego droga za zastavo in pri tej legi droga konstruiraj lego zakopanega zaklada. Nato premikaj lego droga in opazuj, kaj se dogaja z lego zaklada. Kakšen nasvet lahko na podlagi tega eksperimentiranja daš Jakcu?

Bojan Hvala