

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 25.4.2001

1. Dane so premice

$$q : y + 1 = \frac{z - 1}{2}, \quad x = 2, \quad r : \frac{x + 1}{2} = y + 3, \quad z = 0, \quad p : x - 2 = \frac{y + 4}{-2} = -z - 2$$

Določi enačbo krogle, ki ima središče na premici p in se dotika premic q in r .

2. Naj bo a realno število. Izračunaj naslednjo determinanto velikosti $n \times n$:

$$\begin{vmatrix} -a & 2a & & & & \\ & -a & 2a & & & \\ & & -a & 2a & & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & -a & 2a \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Za matriko $A \in M_3(\mathbb{R})$ označimo z A^S matriko, ki je prezrcaljena čez stransko diagonalo. \mathcal{S} in \mathcal{T} naj bosta podmnožici $M_3(\mathbb{R})$ oblike

$$\mathcal{S} = \{A \in M_3(\mathbb{R}) \mid A = A^S\} \quad \text{in} \quad \mathcal{T} = \{A \in M_3(\mathbb{R}) \mid A^T = A^S\}.$$

Dokaži, da sta \mathcal{S} in \mathcal{T} podprostora vektorskega prostora $M_3(\mathbb{R})$, določi tudi baze prostorov \mathcal{S} , \mathcal{T} in $\mathcal{S} \cap \mathcal{T}$. Koliko je dimenzija prostora $\mathcal{S} + \mathcal{T}$?

4. V prostoru \mathbb{R}^3 z običajnim skalarnim produktom preslikava A zrcali čez premico $p : x = y = z$. Poišči matriki v standardni bazi za preslikavi A in A^* , določi njune lastne vrednosti, lastne podprostore in opiši geometrijski učinek preslikave A^* .