

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 18. 2. 2004

1. Dana je tristrana piramida $ABCD$. Naj bo točka T težišče trikotnika BCD . Točka E naj bo razpolovišče daljice AB , točka F razpolovišče daljice AC , Točka G pa deli daljico AD v razmerju $AG : GD = 1 : 4$. Daljica AT prebode trikotnik EFG v točki S . Določi razmerje $AS : ST$.
2. Izračunaj naslednjo determinanto velikosti $n \times n$:

$$\begin{vmatrix} 0 & a & a & \cdots & a & a \\ a & 0 & b & \cdots & b & b \\ a & b & 0 & \cdots & b & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a & b & b & \cdots & 0 & b \\ a & b & b & \cdots & b & 0 \end{vmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

3. Za realni števili a in b tvorimo matriko

$$A = \begin{bmatrix} -a & b \\ b & a \end{bmatrix}.$$

Linearna reslikava $\mathcal{T} : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ je definirana s predpisom $\mathcal{T}(X) = AX + XA$. Glede na vrednosti parametrov a in b obravnavaj razsežnost jedra in slike preslikave \mathcal{T} . Za vsak primer posebej določi tudi bazo jedra!

4. Naj bo linearni operator $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ podan s predpisom

$$\mathcal{A}(x, y, z) = (-x - 2y - 2z, -x - z, 2x + 2y + 3z).$$

Preveri, da sta \mathcal{A} in \mathcal{A}^* projektorja. Za vsakega od njiju določi podprostor in kot vzdolž katerega slika na svojo zalogo vrednosti. V \mathbb{R}^3 vzamemo običajni skalarni produkt.

Naloge so enakovredne.