Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika - enopredmetni študij

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 10. 2. 2006

1. Zapiši enačbo premice, ki poteka skozi koordinatno izhodišče in seka premico
$$p : \frac{2-x}{2} = \frac{y}{\sqrt{6}} = \frac{z}{\sqrt{6}}$$
pod kotom $\pi/3$. Koliko rešitev ima naloga?

2. Naj bosta
$$U = \mathcal{L}\left\{1+x, 3+x^3, 3-x+2x^3, 1+x^3\right\},$$
$$V = \mathcal{L}\left\{2-x-x^3, 1+x+x^2+x^3, 1+x^2+2x^3, 2-x+x^2+2x^3\right\}$$
podprostora v vektorskem prostoru $\mathbb{R}[X]$. Poišči baze podprostorov $U, V, U \cap V$ in $U+V$.

3. Poišči karakteristični polinom $p_A(\lambda)$, minimalni polinom $m_A(\lambda)$ in Jordanovo kanonično obliko J_A matrike
$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -4 & -2 & -1 \\ 3 & -4 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
ter tako obrnljivo matriko P, da bo $J_A = P^{-1}AP$. Upoštevaj, da sta -1 in 2 edini lastni vrednosti matrike A!

4. Naj bo $\langle\cdot|\cdot\rangle$ tak skalarni produkt na prostoru $\mathbb{R}^5$, da je množica
$$\{(1,0,0,0,1), (1,0,1,0,0), (0,1,0,0,1), (0,0,1,1,0), (0,0,0,1,-1)\}$$
ortonormirana. Vektorski podprostor U je definiran s predpisom
$$U = \left\{x \in \mathbb{R}^5 | \langle x|a\rangle = 0, \langle x|b\rangle = 0\right\},$$
kjer je $a = (1,0,2,1,0)$ in $b = (0,1,1,1,1)$.
   (a) Določi podprostor $U^{\perp}$.
   (b) Poišči ortonormirano bazo podprostora $U^{\perp}$.

Naloge so enakovredne.