Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika - enopredmetni študij

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 25. 1. 2005

1. Dani sta ravnini $\pi : 2x + 2y + z = 3$ in $\Sigma : x + 2y + 2z = 6$. Določi enačbe premic, ki so od ravnin π in Σ enako oddaljene, in sicer 3 enote. Koliko je vseh rešitev?

2. Dana je matrika
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
in množici
$$U = \left\{ X \in M_3(\mathbb{R}) \,|\, (A+X)^2 = A^2 + 2AX + X^2 \right\},$$
$$V = \left\{ X \in M_3(\mathbb{R}) \,|\, (A-X)^2 = A^2 + X^2 \right\}.$$
Preveri, da sta U in V vektorska podprostora v $M_3(\mathbb{R})$. Določi tudi razsežnosti in primere baz vektorskih podprostorov $U, V, U \cap V$ in $U + V$.

3. Izračunaj determinanto naslednje tridiagonalne matrike velikosti $n \times n$, kjer so na neoznačenih mestih ničle:
$$\begin{bmatrix} 2ab & a^2 & & & & \\ b^2 & 2ab & a^2 & & & \\ & b^2 & 2ab & a^2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & b^2 & 2ab & a^2 \\ & & & & b^2 & 2ab \end{bmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

4. Sebi adjungirana linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ima lastno vrednost 0, kjer je pripadajoči lastni prostor ravnina $x + y - z = 0$, druga lastna vrednost je 1. Poišči matriko, ki pripada preslikavi $\mathcal{A}$ v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$. Opiši tudi geometrijsko delovanje preslikave $\mathcal{A}$!

Naloge so enakovredne.