

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 27. 1. 2006

1. Naj bodo $A(1, 0, 1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(1, -2, 1)$ in $D(2, -1, 2)$ oglišča tristrane piramide $ABCD$. Določi presečišče telesnih višin v_A in v_B , ki imata krajišči v točkah A in B .

2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & -b \\ -1 & a & -b & 1 \\ -1 & b & a & 1 \\ b & -1 & -1 & a \end{bmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

Izračunaj determinanto matrike A in nato glede na vrednosti parametrov a in b poišči rešitve homogenega linearnega sistema $Ax = 0$, kjer je $x \in \mathbb{R}^4$.

3. Poišči primer linearne preslikave $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow M_2(\mathbb{R})$, ki zadošča pogoju

$$\ker \mathcal{A} = \{1 - x + x^2\} \quad \text{in} \quad \text{im } \mathcal{A} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}.$$

Zapiši tudi matriko A , ki v standardnih bazah prostorov $\mathbb{R}_2[X]$, $M_2(\mathbb{R})$ pripada tvoji preslikavi \mathcal{A} .

4. Realna kvadratna forma $\mathcal{Q} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom

$$\mathcal{Q}(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xy + 4xz - 4yz.$$

- Z ortogonalnimi transformacijami prevedi formo \mathcal{Q} v obliko s samimi kvadratnimi členi in napiši, kako se nove koordinate izražajo s starimi.
- Kakšno ploskev v \mathbb{R}^3 predstavlja enačba $\mathcal{Q}(x, y, z) = 4$? Zapiši njene glavne osi in ploskev tudi skiciraj!

Naloge so enakovredne.