Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko
Matematika-enopredmetni študij

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 22.6.2001

1. Naj bosta U in V naslednji podmnožici vektorskega prostora polinomov stopnje največ n :

$$U = \{p \in \mathbb{R}_n[X] \mid p(1) = p'(0) = 0\} \quad \text{in} \quad V = \{p \in \mathbb{R}_n[X] \mid p(0) = p'(1) = 0\}$$

   (a) Dokaži, da sta U in V vektorska podprostora.

   (b) V primeru $n = 5$ poišči primere baz vektorskih podprostorov $U, V, U \cap V$ in $U + V$.

2. Izračunaj naslednjo determinanto velikosti $2n \times 2n$, ki ima na neoznačenih mestih ničle:

$$\begin{vmatrix} 1 & & & & 1 & & & & \\ & 2 & & & 2 & & & & \\ & & \ddots & & \vdots & & & & \\ & & & n-1 & n-1 & & & & \\ 1 & 2 & \cdots & n-1 & n & n+1 & \cdots & 2n-1 & 2n \\ & & & & n+1 & n+1 & & & \\ & & & & \vdots & & \ddots & & \\ & & & & 2n-1 & & & 2n-1 & \\ & & & & 2n & & & & 2n \end{vmatrix}.$$

3. Preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ je kompozitum pravokotne projekcije na ravnino $x+y+z = 0$ in vrtenja v tej ravnini okrog izhodišča za kot $\frac{\pi}{3}$ v pozitivni smeri. Določi matriko, ki pripada preslikavi $\mathcal{A}$ v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

4. Naj bo U vektorski podprostor $\mathbb{R}_4[X]$ realnih polinomov stopnje največ 4, ki vsebuje vse polinome, za katere velja $p(1) = 0$ in $p(x) = p(-x)$. Naj bo $\{1, x, x^2, x^3, x^4\}$ ortonormirana baza $\mathbb{R}_4[X]$. Poišči ortonormirano bazo podprostorov U in $U^\perp$.

Naloge so enakovredne.