

IZPIT IZ ALGEBRE I
Maribor, 8.6.2001

1. Premica p naj bo presek ravnin $x + y + z = 0$ in $x - y + 2 = 0$. Določi premico q , ki gre skozi točko $T(2, 2, -1)$ in seka premico p pod pravim kotom.
2. Ugotovi za katere $x \in \mathbb{R}$ matrika $A(x)$ ni obrnljiva, če je

$$A(x) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ x & 0 & 3 & 1 \\ x^2 & 1 & 5 & 5 \\ x^3 & 0 & 9 & 7 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj še $A^{-1}(0)$.

3. Naj bo V končno razsežen vektorski prostor s skalarnim produktom, $\dim V \geq 2$ in $w \in V$. Na V definiramo endomorfizem $\mathcal{A} : V \rightarrow V$ s predpisom

$$\mathcal{A}v = \langle v|w \rangle w.$$

- (a) Dokaži, da je \mathcal{A} linearna preslikava.
 - (b) Določi $\text{Im } \mathcal{A}$ in $\text{Ker } \mathcal{A}$. Koliko je njuna dimenzija?
 - (c) Določi tak pogoj na vektor w , da bo \mathcal{A} projektor.
4. Z ortogonalnimi transformacijami prevedi realno kvadratno formo $Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $Q(x, y, z) = 6x^2 + 5y^2 + 7z^2 - 4xy + 4xz$ v obliko s samimi kvadratnimi členi. Kakšno ploskev v \mathbb{R}^3 predstavlja enačba $Q(x, y, z) = 1$.

Naloge so enakovredne.