Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika - enopredmetni študij

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 16. 6. 2006

1. Dana je tristrana piramida $ABCD$. Dokaži, da se telesni višini v_A in v_B s krajiščema A in B piramide $ABCD$ sekata natanko tedaj, ko sta mimobežni nosilki stranic AB in CD pravokotni.

2. Naj bo $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ pravokotna projekcija na premico $p : x = 2y = z$ in $\mathcal{B} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ pravokotna projekcija na aplikativno os. Določi matriko, ki pripada preslikavi $\mathcal{A} + \mathcal{B}$ v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$ ter poišči bazo jedra in slike preslikave $\mathcal{A} + \mathcal{B}$.

3. Dana je matrika
$$A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$
Poišči karakteristični polinom p_A, minimalni polinom m_A in Jordanovo kanonično obliko J_A.

4. Naj bo $\langle \cdot | \cdot \rangle$ tak skalarni produkt na prostoru $\mathbb{R}_3[X]$, da je množica
$$\left\{1 + x^3, 1 + x^2, 1 + x, 1\right\}$$
ortonormirana.
   (a) Določi pravilo za ta skalarni produkt.
   (b) Poišči kakšno bazo podprostora $\{x, x^3 - x^2\}^\perp$.

Naloge so enakovredne.