

IZPIT IZ ALGEBRE I
Maribor, 19. 9. 2003

1. Med vsemi točkami, ki so enako oddaljene od premic

$$p : x - 1 = 2 - 2y, z = 3 \quad \text{in} \quad q : x = y = z$$

poišči tisto, ki je najbližje točki $T(1, 2, 1)$.

2. Naj bo t dano realno število in

$$U = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A^T = -tA\}.$$

Dokaži, da je U vektorski podprostor prostora $M_n(\mathbb{R})$ in glede na parameter t zapiši bazo podprostora U .

3. Naj bo V vektorski prostor z $\dim V = 3$ in $\mathcal{A} : V \rightarrow V$ endomorfizem, za katerega velja $\mathcal{A}^2 = 0$. Dokaži, da velja:

- (a) Endomorfizem \mathcal{A} ni obrnljiv.
- (b) $\text{Im } \mathcal{A} \subseteq \text{Ker } \mathcal{A}$.
- (c) $\text{Im } \mathcal{A} \cap \text{Ker } \mathcal{A} \neq 0$.
- (d) $\dim \text{Im } \mathcal{A} = 1$.

4. Dana je matrika $A \in M_n(\mathbb{R})$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poišči njen karakteristični polinom, lastne vrednosti in lastne podprostore. Določi tudi njeno jordanško matriko J in matriko prehoda P .