

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 8. 9. 2004

1. Paralelepiped $ABCD A' B' C' D'$ ima za osnovno ploskev paralelogram $ABCD$, točke A', B', C', D' pa zaporedoma ležijo nad točkami A, B, C, D . Točka E je presek diagonal ploskve $BCC' B'$. V kakšnem razmerju odreže paralelogram $BB' D' D$ daljico AE ?
2. (a) Naj bosta $\mathcal{A} : U \rightarrow V$ in $\mathcal{B} : V \rightarrow W$ linearni preslikavi. Dokaži, da za preslikavo $\mathcal{B}\mathcal{A} : U \rightarrow W$ velja relacija

$$\dim \ker \mathcal{B}\mathcal{A} = \dim \ker \mathcal{A} + \dim (\operatorname{im} \mathcal{A} \cap \ker \mathcal{B}).$$

- (b) Linearni preslikavi $\mathcal{A} : \mathbb{R}_3[X] \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ in $\mathcal{B} : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ sta podani s predpisom:

$$\mathcal{A}(p) = \begin{bmatrix} p(1) & p'(1) \\ p'(-1) & p(-1) \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathcal{B}(A) = \operatorname{sled}(A).$$

Določi razsežnost in baze podprostorov $\ker \mathcal{A}$, $\operatorname{im} \mathcal{A} \cap \ker \mathcal{B}$ in $\ker \mathcal{B}\mathcal{A}$.

3. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj karakteristični polinom, določi lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A . Na osnovi tega zapiši tudi Jordanovo kanonično obliko in minimalni polinom matrike A .

4. Naj bo \mathcal{A} zasuk prostora \mathbb{R}^3 okoli premice $p : x = y = -z$ za kot $\pi/6$ v pozitivni smeri. Določi matriko A , ki v standardni bazi prostora \mathbb{R}^3 pripada preslikavi \mathcal{A} .

Točke so razporejene po nalogah: 20 + 30 + 25 + 25.