

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 8. 9. 2005

1. Naj bodo $A(-1, 0, 2)$, $B(1, 0, 1)$, $C(3, 1, 2)$ in $D(2, 3, 2)$ oglišča piramide $ABCD$. Premica p seka stranici AD in BC pod pravim kotom.

- (a) Zapiši enačbo premice p in izračunaj razdaljo med stranicama AD in BC .
(b) V katerih točkah seka premica p koordinatne ravnine?

2. V vektorskem prostoru $\mathbb{R}_4[X]$ sta dana podprostora

$$U = \mathcal{L}\{1 + x - x^2 + x^3 + x^4, -1 + 2x - 2x^2 + 2x^3 - x^4, 2 - x + x^2 - x^3 + 2x^4\},$$
$$V = \{p \in \mathbb{R}_4[X] \mid p(0) + p'(0) = 0, p(1) - p(0) = 0, 3p(-1) + 9p'(0) + p'''(0) = 0\}.$$

Določi razsežnosti podprostorov $U, V, U \cap V, U + V$ in zapiši primere njihovih baz.

3. Naj bo a pozitivno realno število in

$$A = \begin{bmatrix} 2a & b & b \\ b & 2a & b \\ b & b & 2a \end{bmatrix}, \quad b \in \mathbb{R}.$$

- (a) Za katere vrednosti parametra b bo matrika A pozitivno definitna?
(b) Naj bo $b = a$. Določi takšno matriko B , da bo $B^2 = A$.

4. Linearna preslikava $\mathcal{A} : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ je pravokotni projektor na podprostor

$$U = \{(x, y, z, v) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - z = 0, y - z + v = 0\}.$$

V standardni bazi prostora \mathbb{R}^4 poišči matriki preslikav \mathcal{A} in \mathcal{A}^* , določi njune lastne vrednosti, lastne podprostore in opiši geometrijski učinek preslikave \mathcal{A}^* . Evklidski prostor \mathbb{R}^4 je opremljen z običajnim skalarnim produktom!

Naloge so enakovredne.