

IZPIT IZ ALGEBRE I

Maribor, 8. 9. 2006

1. Dani sta ravnina $\pi : 2x - y + 3z = 1$ in premica p , ki je presek ravnin $y + 2z = 9$ in $2x + 3y = 11$. Poišči vse ravnine, ki so pravokotne na ravnino π , vzporedne premici p , in so od točke $T(3, -4, 1)$ oddaljene za $\sqrt{3}$.

2. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

in definiramo

$$U = \{X \in M_3(\mathbb{R}) \mid XA - AX^T = 0\} \quad \text{in} \quad V = \{X \in M_3(\mathbb{R}) \mid XA - A^T X = 0\}.$$

Pokaži, da sta množici U in V podprostorov v prostoru matrik $M_3(\mathbb{R})$. Določi tudi baze podprostorov $U, V, U \cap V, U + V$!

3. Izračunaj determinanto

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

4. V prostoru \mathbb{R}^3 z običajnim skalarnim produktom naj bo \mathcal{A} projekcija na ravnino $\pi : 2x + y - z = 0$ v smeri premice $p : x = z = 0$. Poišči matriki v standardni bazi za preslikavi \mathcal{A} in \mathcal{A}^* , določi njune lastne vrednosti, lastne podprostore in opiši geometrijski učinek preslikave \mathcal{A}^* .

Naloge so enakovredne.