

1. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE I

Maribor, 23.11.2000

1. V trapezu $ABCD$ je krak AD pravokoten na osnovnico, diagonali sta pravokotni ena na drugo in $|DC| : |AB| = \lambda$, kjer je $0 < \lambda < 1$.

- (a) Naj bosta točki E in F razpolovišči stranic AB in BC . V kakšnem razmerju razdeli daljica EF diagonalo BD ?
- (b) Izračunaj razmerje diagonal $|AC| : |BD|$.

2. Naj bosta $\vec{x}, \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ neničelna vektorja. Obravnavaj rešljivost enačbe:

$$(\vec{x} \cdot \vec{a}) (\vec{a} \times \vec{b}) = 2 (\vec{x} \times \vec{a}) .$$

Kaj geometrijsko predstavljajo rešitve te enačbe?

3. Naj bo \mathcal{A} množica tistih točk iz \mathbb{R}^3 , ki so enako oddaljene od točk $A(1, 1, 0)$, $B(-1, 2, 1)$ in $C(0, 0, 2)$.

- (a) Ugotovi, kaj geometrijsko predstavlja množica \mathcal{A} in zapiši njeno enačbo.
- (b) Poišči vse take točke $D \in \mathcal{A}$, da bo $\angle ADC$ pravi kot v piramidi $ABCD$ in izračunaj še volumen te piramide.

4. Glede na realno število λ obravnavaj rešljivost sistema:

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ x + y + \lambda z = \lambda^2 \end{cases} .$$

Naloge so enakovredne.