

## 1. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE I

Maribor, 13. 11. 2001

1. (25) Točka  $A(0, 1, 0)$  leži na ravnini  $x + y + z = 1$  in točka  $B(1, 0, 1)$  leži na ravnini  $x + y - z = 0$ . Poišči točko  $C$ , ki leži na preseku obeh ravnin, da bo trikotnik  $\Delta ABC$  pravokoten. Obravnavaj vse možne rešitve!

2. (20) Naj bosta  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$  nekolinearna vektorja. Poišči vse tiste  $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ , ki zadoščajo

$$\vec{x} \times \vec{b} = 2\vec{a} - \vec{x}.$$

Pomoč: upoštevaj, da so vektorji  $\vec{a}, \vec{b}$  in  $\vec{a} \times \vec{b}$  linearno neodvisni.

3. (30) V pravilnem tetraedru  $ABCD$  naj bo  $T$  težišče trikotnika  $\Delta ABC$  in  $T'$  težišče trikotnika  $\Delta BCD$ .

- Dokaži, da sta vektorja  $\overrightarrow{AB}$  in  $\overrightarrow{CD}$  pravokotna.
- Izračunaj kot med stranskim robom in osnovno ploskvijo tetraedra.
- V kakšnem razmerju deli ena od telesnih težiščnic  $DT$ ,  $AT'$  drugo?

4. (25) Glede na realno število  $a$  obravnavaj rešljivost sistema:

$$\begin{aligned}(1-a)z + (a^2 - a)u &= a - 1, \\ ax - 2y + (1+a)z + u &= a^2 - a, \\ y - z - u &= 0, \\ -ax + 2y - z - u &= 0.\end{aligned}$$

Točke so razporejene ob nalogah.