Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko
Matematika - enopredmetni študij

1. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE I

Maribor, 15. 11. 2002

1. Naj bosta $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ in $\alpha \in \mathbb{R}$. Določi vektor $\vec{x}$, da bo
$$\vec{a} \cdot \vec{x} = \alpha \quad \text{in} \quad \vec{a} \times \vec{x} = \vec{b}.$$

2. Dana sta vektorja $\vec{x} = 2\vec{j} - 2\vec{k}$ in $\vec{y} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Določi vektor $\vec{z}$, da bo pravokoten na vektor $\vec{y}$, da bo njegova dolžina $2\sqrt{11}$, in da bo volumen paralelepipeda, ki ga oklepajo vektorji $\vec{x}, \vec{y}$ in $\vec{z}$, enak 12. Koliko rešitev dobiš?

3. Presek ravnin $x + y - z = 2$ in $2x - y = 4$ je premica p. Določi premico q, ki seka premico p pod pravim kotom in gre skozi točko $T(2, 1, -2)$.

4. Naj bo $ABCDA'B'C'D'$ paralelepiped. Dokaži, da njegova telesna diagonala AC' prebada ravnino, ki jo določajo točke B, A' in D, v težišču trikotnika $\Delta BA'D$.

5. Glede na realna števila a, b in c obravnavaj rešljivost sistema:
$$\begin{aligned} x + (a+1)\,y + 3z + (a+4)\,u &= b\ , \\ 2x + 2y - z + u &= 3\ , \\ x + y + u &= 1\ , \\ ay + 2z + (a+2)\,u &= c\ . \end{aligned}$$
V primeru, ko je sistem rešljiv, rešitve tudi zapiši!

Opomba. Pri prvih štirih nalogah je obvezna skica!

Točke so razporejene po nalogah: $18 + 18 + 20 + 20 + 24$.