

2. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE 1

Maribor, 19.1.2001

1. Reši matrično enačbo $AXB + A^T = 0$, kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Glede na parameter c določi rang dobljene matrike X .

2. Naj bosta A in B matriki razsežnosti 2×2 , ki komutirata z matriko

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Pokaži, da je $AB = BA$.

3. Naj bo $M_n(\mathbb{R})$ vektorski prostor $n \times n$ realnih matrik. Naj bo V vektorski podprostor vseh simetričnih matrik, U pa vektorski podprostor vseh poševno simetričnih matrik.

- (a) Dokaži, da sta U in V res vektorska podprostora.
(b) Zapiši kakšni bazi podprostorov U in V .
(c) Dokaži, da je $U \oplus V = M_n(\mathbb{R})$.

4. Reši enačbo:

$$\begin{vmatrix} -x+2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & 1 \\ 2 & x+3 & \cdots & n-2 & n-1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2 & 3 & \cdots & x+(n-2) & n-1 & 1 \\ 2 & 3 & \cdots & n-2 & x+(n-1) & 1 \\ 4 & 6 & \cdots & 2(n-2) & 2(n-1) & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^n & 2x^2+x \\ x^{n-2} & x \end{vmatrix}.$$