

4. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE 1

Maribor, 4.5.2001

1. Za matriko

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

poišči tako matriko P , da bo $P^T A P$ diagonalna matrika.

2. V prostoru \mathbb{R}^3 z običajnim skalarnim produktom preslikava A zrcali čez ravnino $\pi : x + y + z = 0$. Poišči matriki v standardni bazi za preslikavi A in A^* , določi njune lastne vrednosti, lastne podprostore in opiši geometrijski učinek preslikave A^* .
3. Na realnem funkcijskem prostoru $V = \{a + b \sin x + c \cos x | a, b, c \in \mathbb{R}\}$ definiramo linearni funkcional $F : V \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $F(f) = f(0)$ za vse $f \in V$.

- (a) Določi jedro linearne funkcionala F . Koliko je njegova dimenzija?
- (b) Na V je definiran skalarni produkt

$$\langle f | g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) g(x) dx$$

za vse $f, g \in V$. Poišči tak $h \in V$, da bo $F(f) = \langle f | h \rangle$ za vse $f \in V$.

4. Z ortogonalnimi transformacijami prevedi realno kvadratno formo $Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $Q(x, y, z) = 13x^2 + y^2 + 4z^2 - 12xz$ v obliko s samimi kvadratnimi členi. Kakšno ploskev v \mathbb{R}^3 predstavlja enačba $Q(x, y, z) = 1$. To ploskev tudi natančno skiciraj.

Naloge so enakovredne.