

# OKOLJSKO NARAVOSLOVJE 1

Mitja Mori, univ.dipl.inž.str.  
email: [mit.mori@gmail.com](mailto:mit.mori@gmail.com)

- Matematične osnove:
  - Funkcije
  - Odvod
  - Integral
  - Sistemi enačb
  - Praktični primeri uporabe matematičnega znanja
- Statistika
  - Statistične metode;
  - Zajemanje vzorcev, obdelava, razvrščanje, risanje grafov, prikaz v tabelah;
  - Modus, mediana, aritmetična sredina, ponderirano povprečje, geometrična sredina;
  - Variacijski razmik, medčetrtnski razmik, standardna deviacija, koeficient variacije
  - Ekstrapolacija in interpolacija;

## Vsebina predmeta

- **Mehanika, termodinamika**
  - Energije, sprememba agregatnega stanja, prenos toplote
- **Mehanika tekočin**
  - Hidrostatika
  - Vzgon in plavanje
  - Bernoullijeva enačba
  - Tok tekočine po cevovodih
  - Črpalni sistemi
- **Elektrika**
  - Osnove elektrike
  - Elektroliza in njen pomen v okoljskem inženirstvu
  - Uvod v proizvodnjo električne energije (nadaljevanje v okviru predmeta Komunalna energetika)

## Vsebina predmeta

- **Definicija funkcij**

- Elementarne funkcije
- Upodobitev funkcij
- Zveznost funkcij
- Limita funkcije

- **Odvod funkcije**

- Definicija
- Izračun odvodov oz. pravila za odvajanje
- Odvod nekaterih elementarnih funkcij
- Uporaba odvoda
  - konveksnost, konkavnost funkcij
  - ekstremi funkcij

- **Integral funkcije - uvod**

**Vsebina – predavanje 1**

Funkcija  $f$  je predpis, ki vsakemu številu  $x \in D_f$  priredi natanko določeno realno število  $y$ :

$$y = f(x)$$

$$y = F(x)$$

***POJMI:***

- Definicijsko območje
- Zaloga vrednosti
- Podajanje funkcije
- Ponazarjanje funkcije (tabela, graf)
- Računanje s funkcijami

**PRIMER:** Konzolno vpet nosilec z enakomerno obremenitvijo

# Funkcije

### ***LASTNOSTI FUNKCIJ:***

- Injektivnost, surjektivnost, bijektivnost
- Naraščanje, padanje, omejenost
- Maksimumi in minimumi (str. 2<sub>m</sub>)
- Lihost in sodost (str. 2<sub>m</sub>)
- Ničle (str. 3<sub>m</sub>), poli, asimptote (str. 7<sub>m</sub>)

*PRIMERI: Primeri različnih funkcij (samostojno reševanje)*

# Funkcije

## ***RISANJE FUNKCIJ:***

- Premiki in raztegi*
- Absolutna vrednost pri grafih*
- Graf sestavljene funkcije*
- Graf inverzne funkcije*

***PRIMERI: Primeri različnih funkcij (samostojno reševanje)***

# **Funkcije**

## ***ELEMENTARNE FUNKCIJE:***

- Linearna funkcija (str. 15)*
- Potenčna funkcija (str. 19)*
- Korenska funkcija (str. 22)*
- Kvadratna funkcija (str. 24)*
- Polinomi (str. 27)*
- Racionalne funkcije (str. 31)*
- Eksponentna funkcija (str. 33)*
- Logaritemska funkcija (str. 35)*
- Trigonometrijske funkcije (str.*

### ***PRIMER:***

- potenčna: Izotermna preobrazba str. 10<sub>m</sub>*
- eksponentna: Sile jermena na gnano jermenico str 17<sub>m</sub>*

# **Funkcije**



## LIMITA FUNKCIJE (str. 4<sub>m</sub>)

Imamo:

-Funkcija  $f$  in

-Realno število  $a$

Zaporedje  $x_n$  naj konvergira proti številu  $a$ . Sestavimo drugo zaporedje  $y_n$  po pravilu:  $y_n = f(x_n)$ .

Če zaporedje  $y_n$  vedno konvergira k istemu realnemu številu  $b$  (ne glede na to, kako izberemo zaporedje  $x_n$ , ki konvergira proti  $a$ ), potem pravimo, da je število  $b$  **limita funkcije**  $f$ , ko gre  $x$  proti  $a$ .

T

o pomeni, da je limita funkcije vrednost, ki se ji približujejo rezultati funkcije, če se podatki približujejo številu  $a$ .

Limito funkcije  $f$ , ko gre  $x$  proti  $a$ , označimo:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

# LIMITA Funkcije

## Zveznost funkcije

Če se graf funkcije v okolici točke  $a$  ne pretrga, pravimo, da je funkcija v tej točki **zvezna**.

Velja:

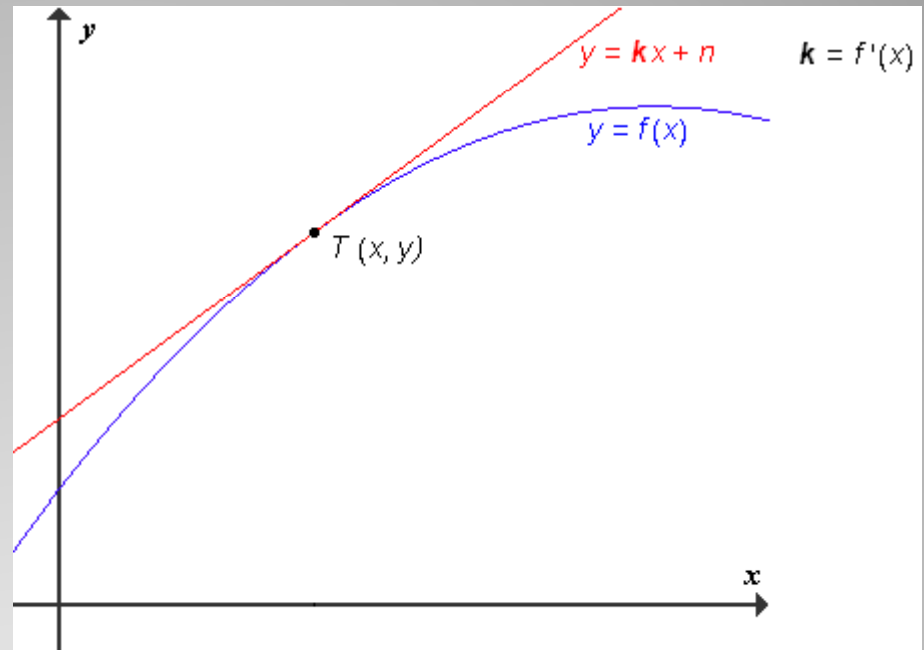
Funkcija je v točki  $a$  **zvezna**, če in samo če je limita funkcije, ko gre  $x$  proti  $a$ , enaka funkcijski vrednosti v tej točki, torej:

Funkcija je v točki  $a$  zvezna:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

*PRIMERI: str. 5,  $f(x) = 1/x$*

# LIMITA Funkcije – zveznost

**ODVOD** funkcije  $f$  v točki  $T(x, y)$  je smerni koeficient tangente na graf te funkcije v tej točki. Označimo ga  $f'(x)$ .



Računsko določimo odvod s pomočjo limite:  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

*PRIMERI: str. 36m: smerni koeficient tangente*

## ODVOD FUNKCIJE

Funkcija	Odvod
$A f(x)$	$A f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$
$f(x) g(x)$	$f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) g(x) - f(x) g'(x)}{(g(x))^2}$
$f(g(x))$	$f'(g(x)) g'(x)$
$x^n$	$n x^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$

## ODVOD FUNKCIJE – Pravila

Funkcija	Odvod
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$e^x$	$e^x$
$a^x$	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$

## ODVOD FUNKCIJE – Pravila

***PRIMERI:***

- Geometrijski pomen odvoda
- Iskanje največje hitrosti avtomobila
- Krožni izsek iz žice
- Valj
- Navpični met

**ODVOD FUNKCIJE – primeri**