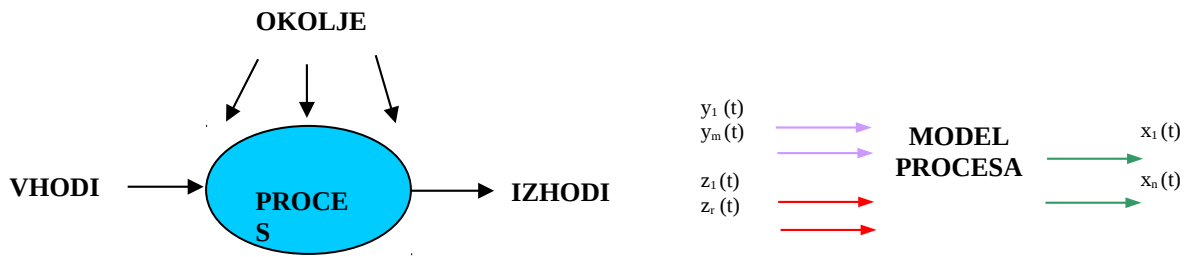


# VODENJE PROCESA



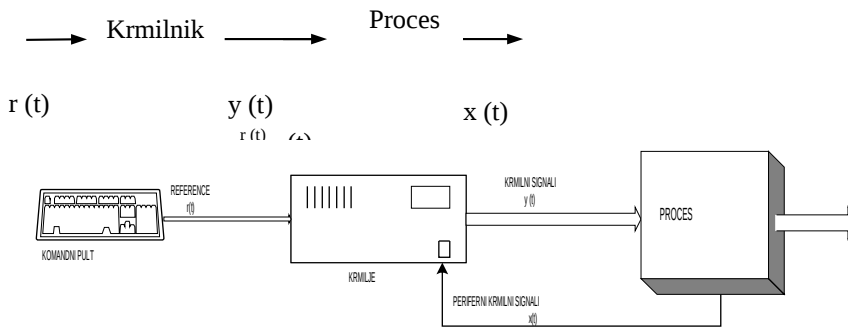
S pomočjo funkcijskih odvisnosti  $G$  lahko zapišemo sistem modela:

$$x_1 = G_1 ( y_1, y_2, \dots, y_m; z_1, z_2, \dots, z_r )$$

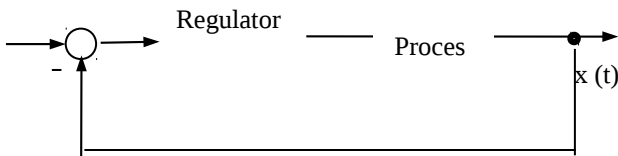
$$x_2 = G_2 ( y_1, y_2, \dots, y_m; z_1, z_2, \dots, z_r )$$

$$x_n = G_n ( y_1, y_2, \dots, y_m; z_1, z_2, \dots, z_r )$$

## Odperto-zančni sistem: krmiljenje



## Zaprto-zančni sistem: regulacija



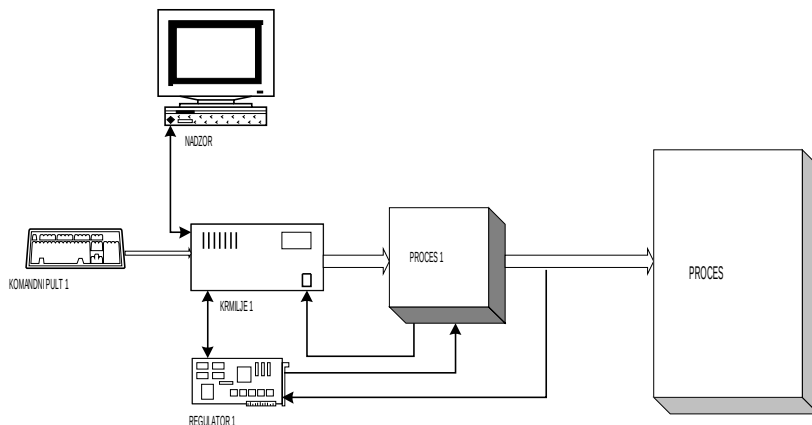
$r(t)$  ... referenčna veličina (veličina vodenja)

$e(t)$  ... regulacijski pogrešek

$y(t)$  ... regulirna (nastavitvena) veličina

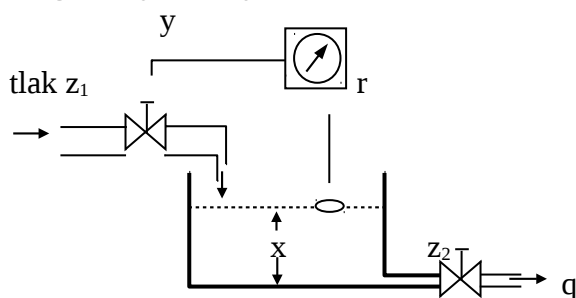
$x(t)$  ... regulirana veličina

## Krmilno regulacijski sistem z nadzorom

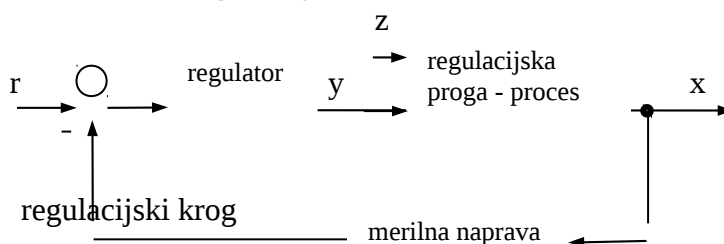


## REGULACIJA PROCESA

Regulacija nivoja vode:



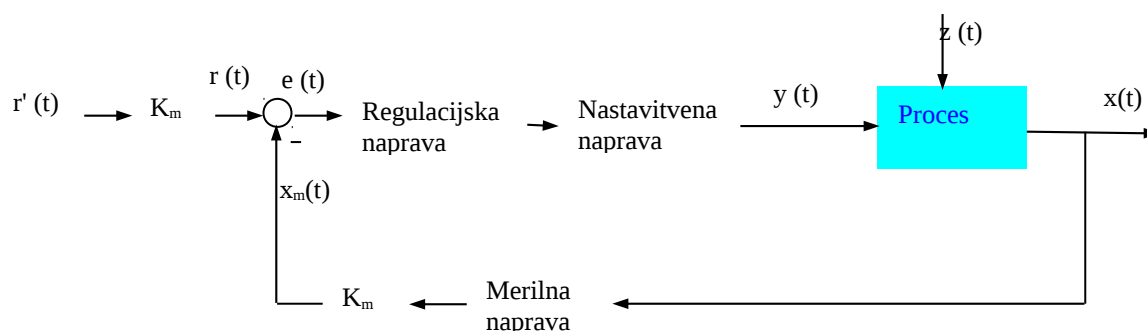
Blok shema regulacije:



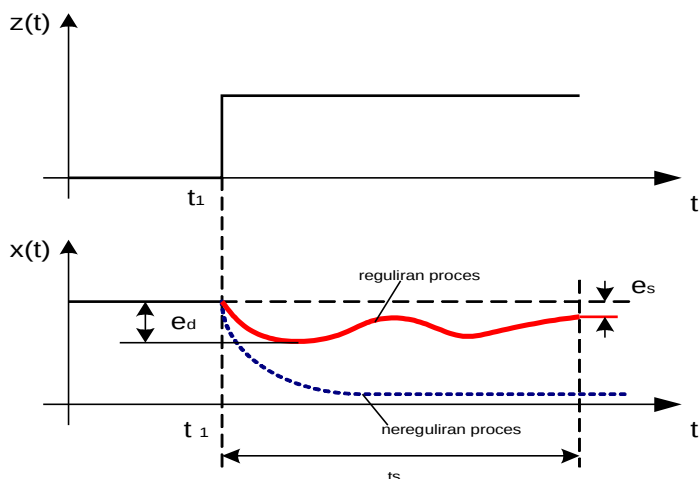
### Osnovni pojmi regulacijske tehnike

Pojmi	Znak	Definicije po DIN 19226, DIN 19221
Veličina vodenja ali <b>referenčna veličina</b>	w r	Od regulacije neodvisna in v regulator dovedena veličina, kateri naj bi sledila regulirana veličina
Območje vodenja ali <b>referenčno območje</b>	$W_h$ , $R_h$	Območje, v kateri sme biti veličina vodenja
Regulacijska naprava - regulator		Celotna naprava, preko katere nastavitveni člen zahtevam primerno vpliva na regulacijsko progo – proces.
Regulacijski krog		Vsi členi zaprtega poteka delovanja regulacije
Regulacijska proga		Del naprave, pri kateri je regulirana veličina primerno dosežena
<b>Regulirana veličina</b>	x	Veličina, ki naj bo konstantna ali poteka po določenem programu
<b>Regulacijsko območje</b>	$X_h$	Območje, v katerem je lahko regulirana veličina ob upoštevanju dovoljenih meja motilnih veličin
Regulacij. pogrešek	$x_w$	Razlika med regulirano veličino in veličino vodenja: $x_w = x - w(r)$
<b>Regulacij. diferenca</b>	e	Negativni regulacijski pogrešek: $e = w(r) - x$
<b>Nastavitvena veličina</b>	y	Prenaša krmilno delovanje regulatorja na regulacijsko progo ( <b>regulirna veličina</b> )
<b>Nastavitv. območje</b>	$Y_h$	Območje, v katerem je nastavljliva nastavitvena veličina
Nastavitveni člen ali izvršilni člen		Na vходу regulacijske proge postavljeni člen, ki vpliva na energijski tok glede na vrednost nastavitvene veličine
<b>Motilna veličina</b>	z	Iz okolja delujoče veličine, ki delujejo na regulacijsko progo in neželjeno vplivajo na regulirano veličino
Območje motenj	$Z_h$	Območje, v katerem smejo ležati motilne veličine, ne da bi bila prizadeta funkcijska sposobnost regulacije.

### Regulacijski sistem:

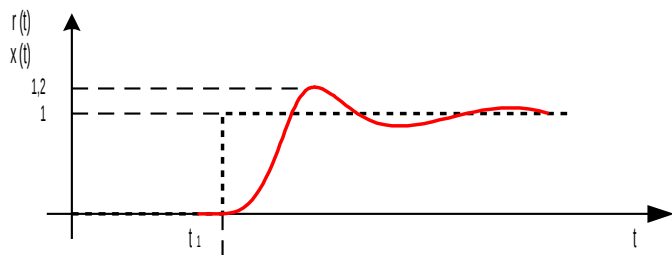


## Časovni potek izhoda reguliranega procesa:

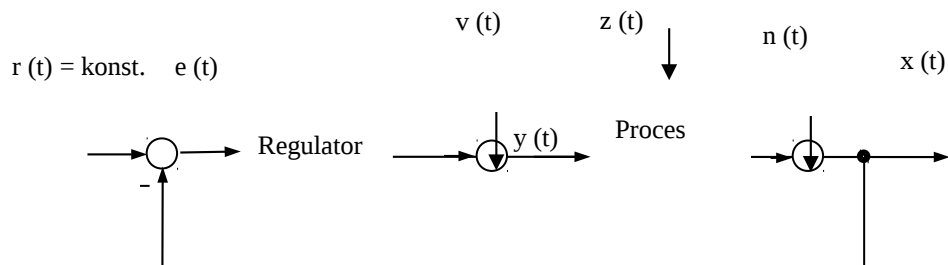


## Delovanje regulacijskega sistema

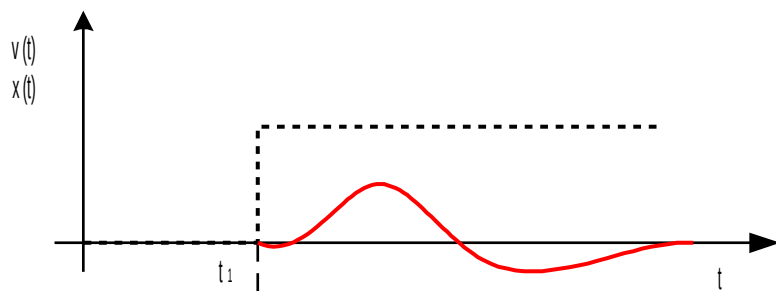
### 1. Sledilno delovanje



### 2. Regulacijsko delovanje

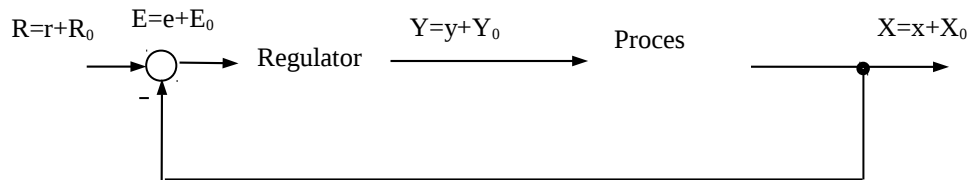


## Odziv na motnjo na regulirni veličini v regulacijskem sistemu:



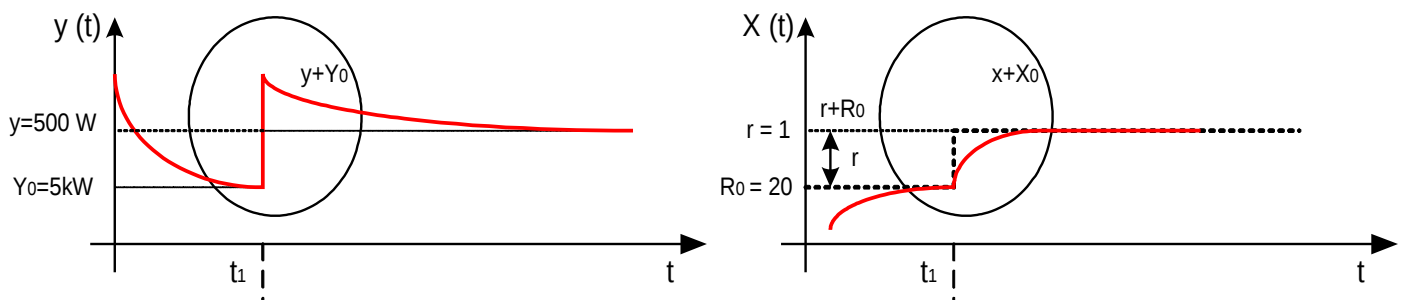
## Regulacijski sistem v delovni točki

Spremembe signalov obravnavamo okoli delovne točke, pri čemer vrednosti delovne točke ne upoštevamo.



## Primer delovanja regulacijskega sistema v delovni točki

V prostoru imamo nastavljeno želeno temperaturo na 20 °C. Ta temperatura se vzpostavi po določenem prehodnem pojavu in zahteva moč grelca 5 kW. Če spremenimo želeno temperaturo za 1°C, se po prehodnem pojavu moč grela poveča za 500 W.



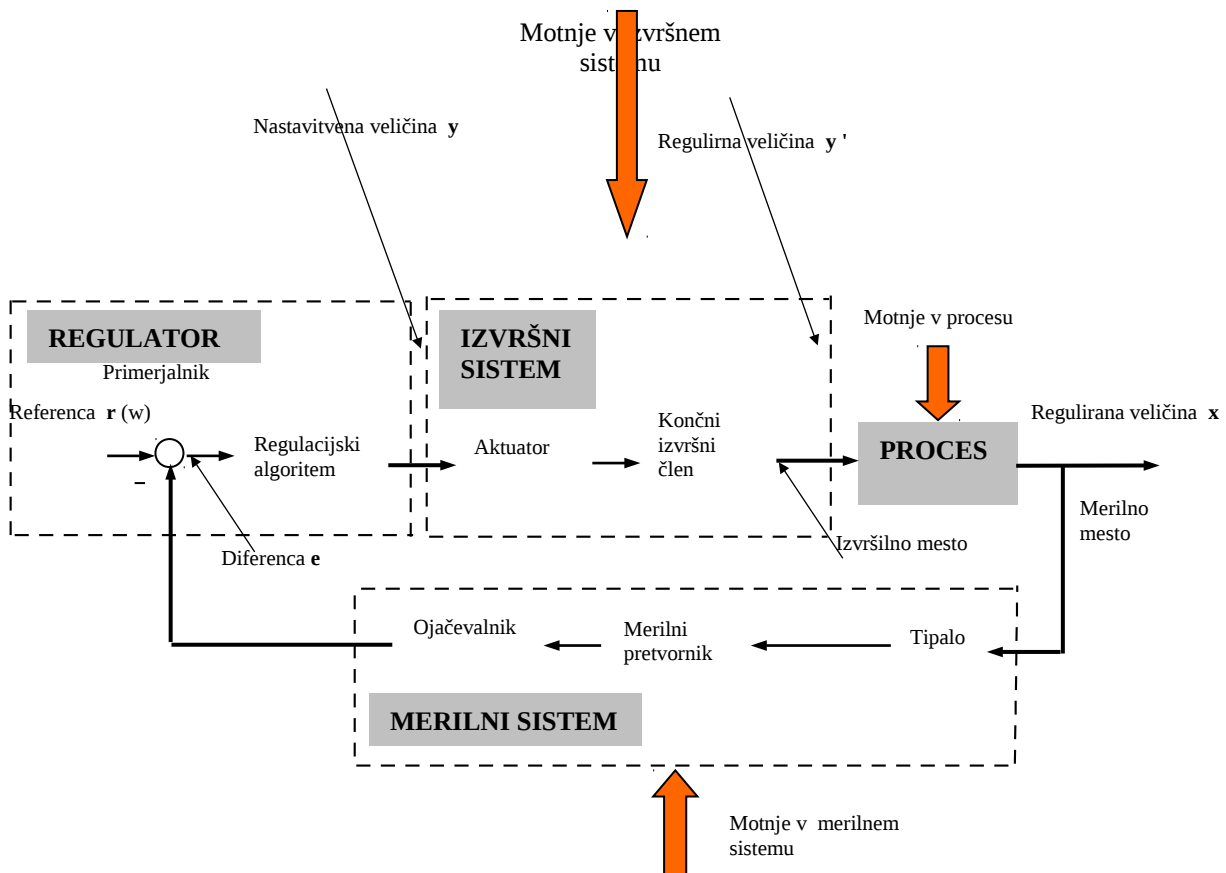
## Tipi regulacijskih sistemov

- **Servo sistem** (sledilni sistem pozicioniranja, hitrosti, pospeška ...)
- **Procesni regulacijski sistem** (temperatura, tlak, pretok, nivo ...)
- **Stohastični regulacijski** (motnje kot naključni signali ...)
- **Adaptivni regulacijski sistem** (sprotno prilagajanje RA)
- **Samo-učeči regulacijski sistem** (learning control systems)

## Razdelitev regulacijskih sistemov

- **Linearni in nelinearni regulacijski sistemi**
- **Časovno nespremenljivi in spremenljivi regulacijski sistemi**
- **Zvezni, diskretni in kombinirani regulacijski sistemi**
- **Zvezni in nezvezni regulacijski sistemi**
- **Eno in večkanalni regulacijski sistemi**
- **Deterministični in stohastični regulacijski sistem**

## IZVEDBA INDUSTRIJSKEGA REGULACIJSKEGA SISTEMA



Regulirni del regulacijskega sistema tvorijo: **merilni sistem, regulator in izvršni sistem.**

### Merilni sistem

- **tipalo**; namenjeno je tipanju in zajemanju regulirane veličine na merilnem mestu,
- **merilni pretvornik**; namenjen je pretvorbi signala tipala v standardni normirani signal (npr.:4 – 20 mA),
- **ojačevalnik**; ojačanje merilnega signala in filtriranje motenj.

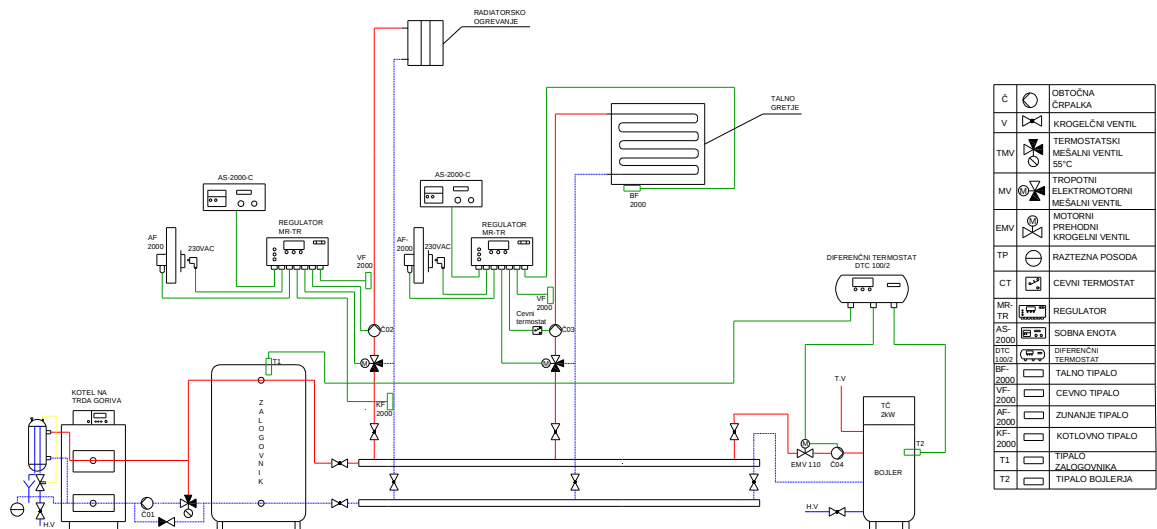
### Regulator

- **primerjalnik**; določanje razlike med želeno in pretvorjeno regulirano veličino (reg. diferenca),
- **regulacijski algoritem**; določanje regulirnega (nastavitvenega) signala,
- **vhodni filter**; izločanje motenj.

### Izvršni sistem

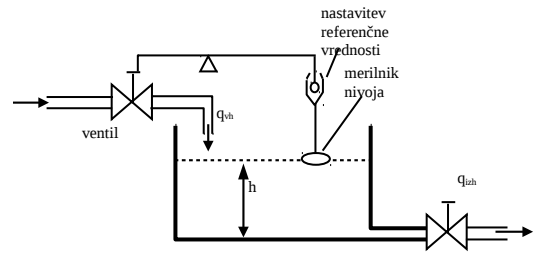
- **aktuator**; krmilni element končnega izvršnega člena (rele, kontaktor, tiristor, frekvenčni pretvornik, motor,...) in
- **končni izvršni člen**; neposredni krmilni element nastavljanja regulirne veličine (motorji, elektromagnetni ventili, lopute, zasuni,...).

# Shema regulacije centralnega ogrevanja stanovanjskega objekta

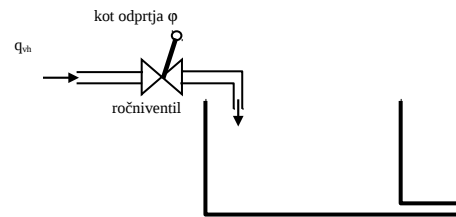
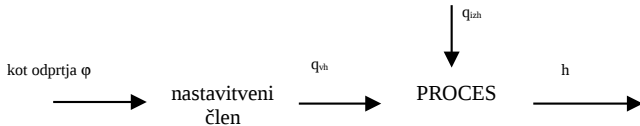


# Načini izvajanja krmilno – regulacijskih postopkov

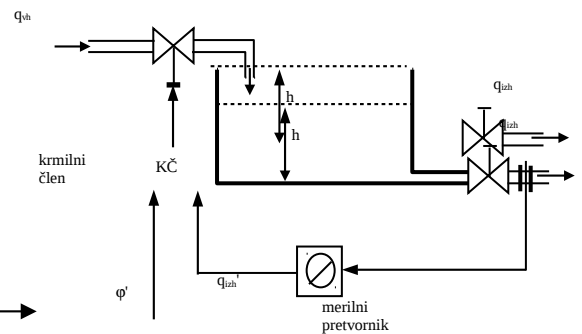
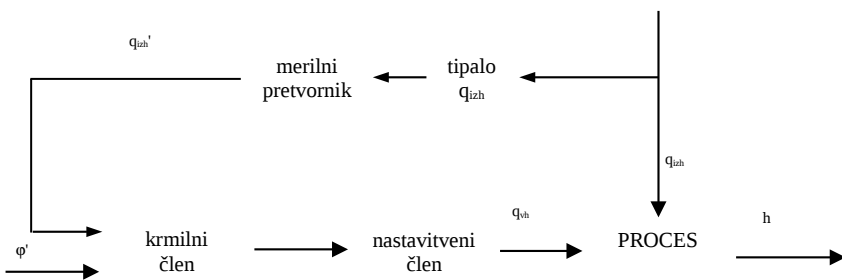
## 1. Regulacija nivoja tekočine brez pomožne energije



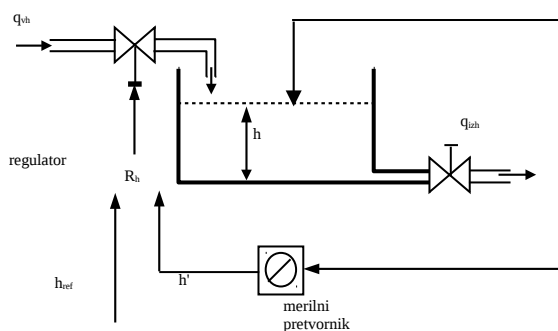
## 2. Krmiljenje nivoja tekočine



## 3. Krmiljenje z izločanjem motnje

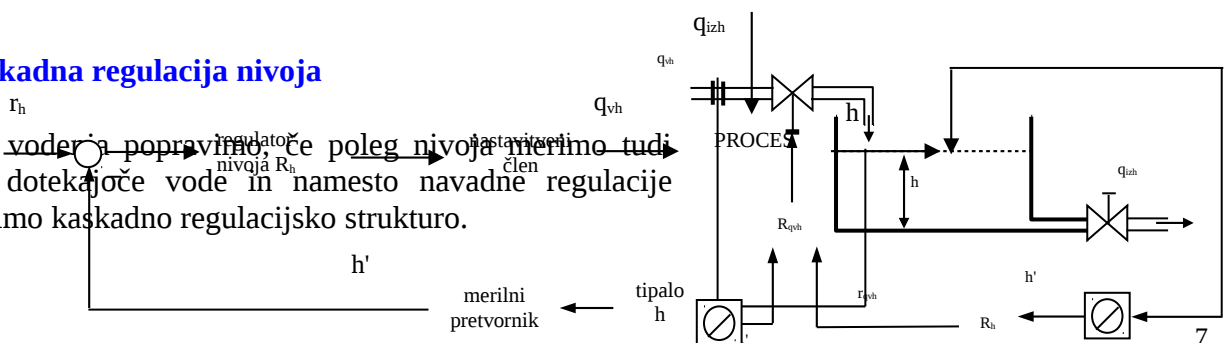


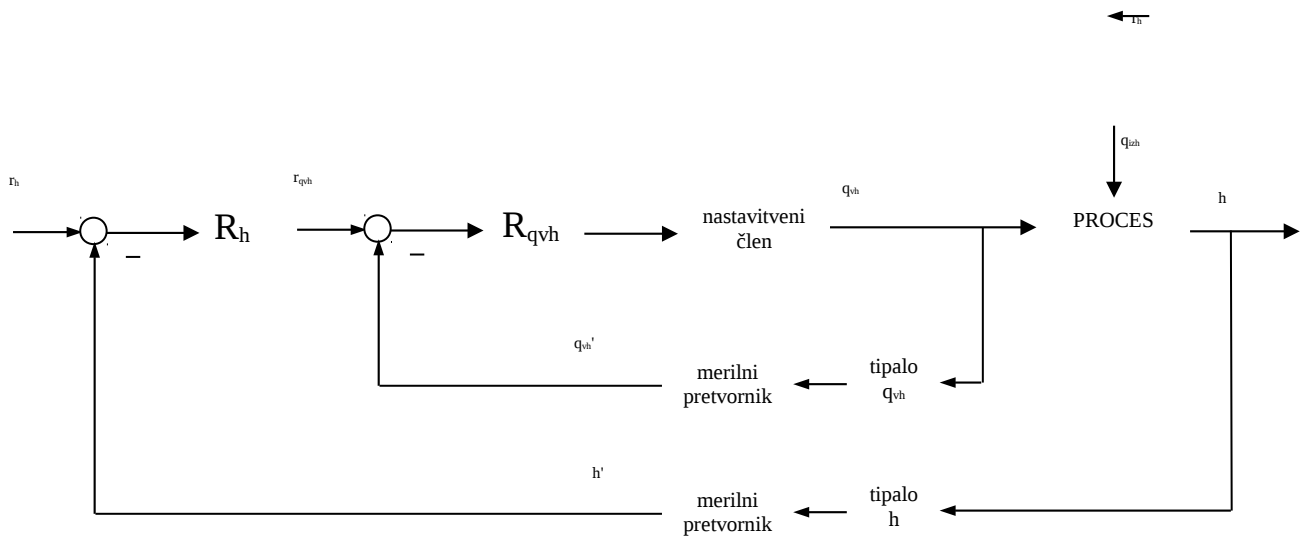
## 4. Regulacija nivoja



## 5. Kaskadna regulacija nivoja

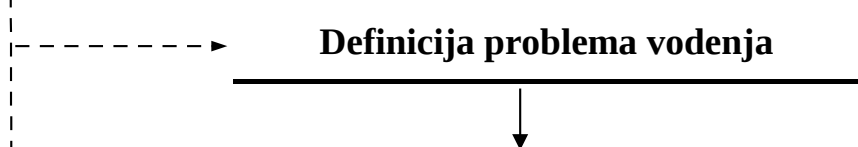
Hitrost vodenja popravimo, če poleg nivoja merimo tudi pretok dotekajoče vode in namesto navadne regulacije uporabimo kaskadno regulacijsko strukturo.



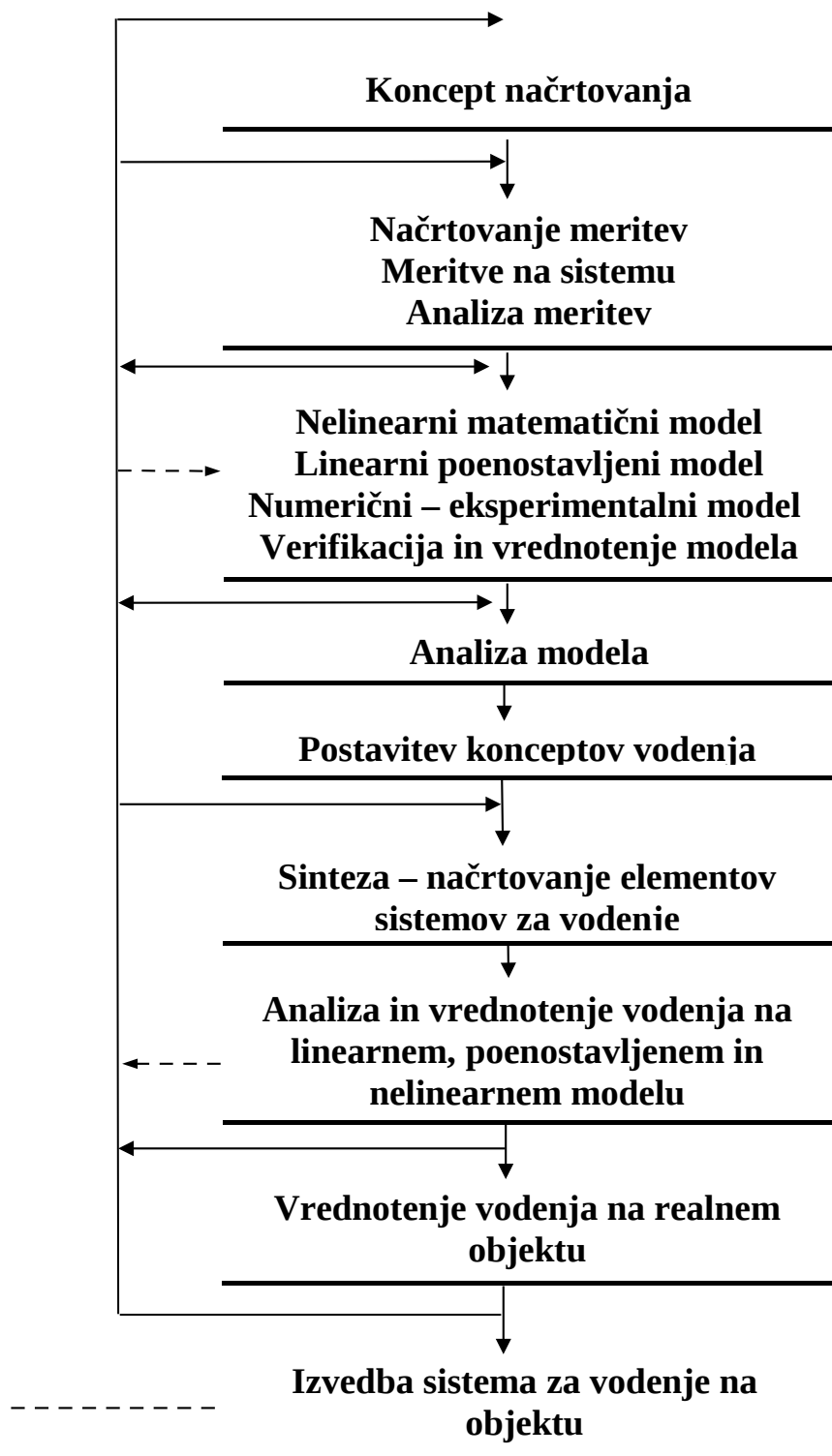


## NAČRTOVANJE VODENJA SISTEMOV

Potek izgradnje krmilno-regulacijskega sistema

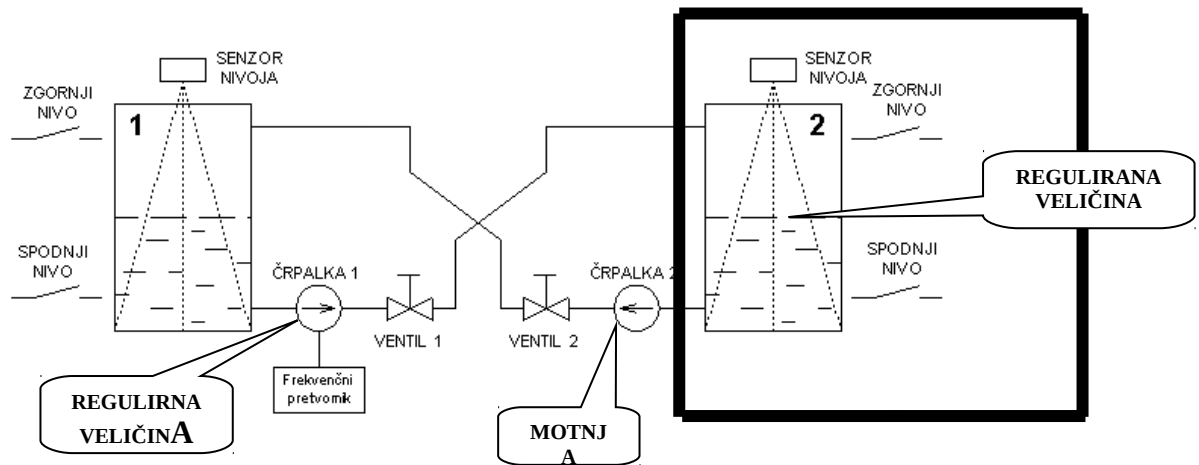




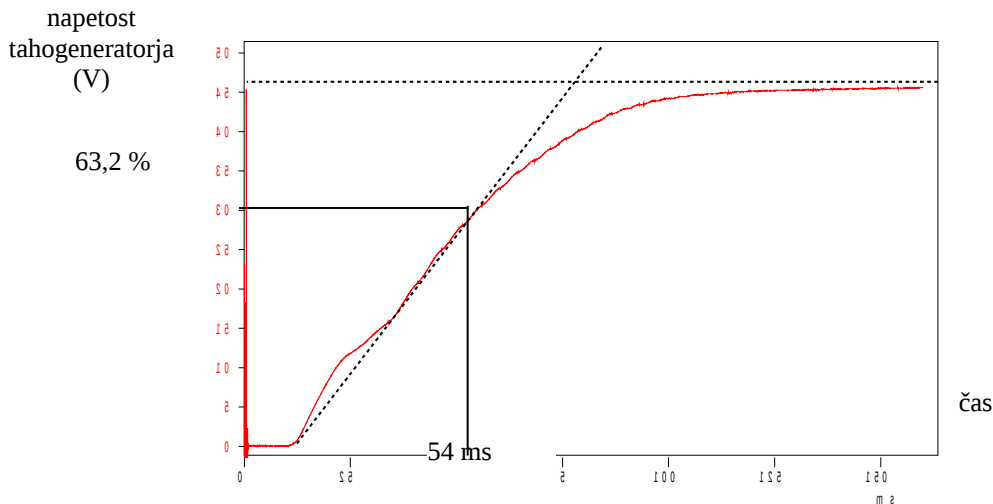
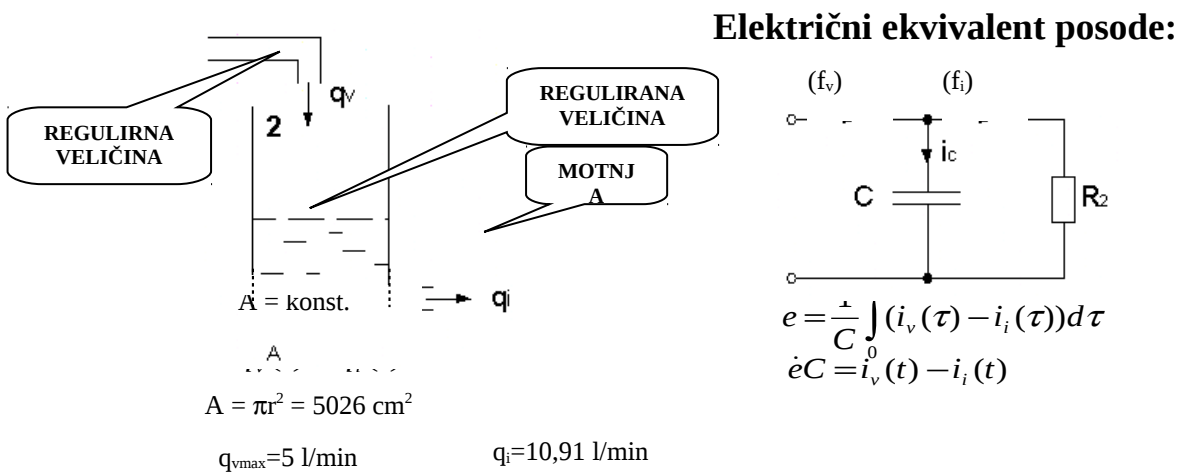


## **PRIMER REGULACIJE NIVOJA**

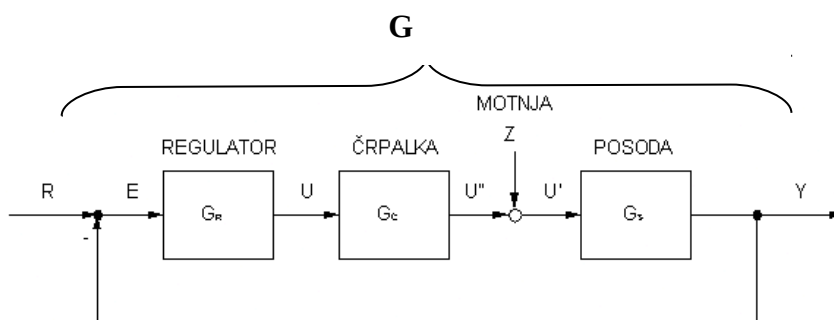
### **1. Tehnološka shema modela**



## 2. Modeliranje



## 3. Matematični model in regulacijska proga modela:



## Izpeljava prenosne funkcije modela v primeru, ko je motnja enaka 0: $Z=0$

$$Y = G_S U = G_S G_C G_R E = G_S G_C G_R (R - Y)$$

$$Y = \frac{G_S G_C G_R}{1 + G_S G_C G_R} R \quad G_S = \frac{1}{T_S s} \quad G_C = \frac{1}{1 + sT_C}$$

### a.) P-REGULATOR

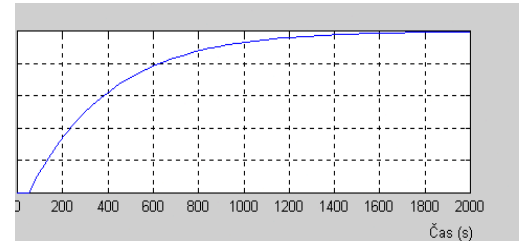
$$G_R = K_P$$

$$Y = \frac{\frac{1}{sT_S} \frac{1}{1+sT_C} K_P}{1 + \frac{1}{sT_S} \frac{1}{1+sT_C} K_P} R \quad Y = \frac{K_P}{sT_S(1+sT_C) + K_P} R$$

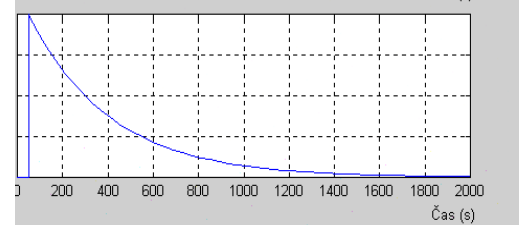
$$G = \frac{Y}{R} = \frac{K_P}{sT_S(1+sT_C) + K_P} = \frac{K_P}{s^2 T_S T_C + (T_S + T_C)s + K_P}$$

$$t \rightarrow \infty \longrightarrow s \rightarrow 0 \longrightarrow \underline{G=1}$$

y



u



### b.) PI-REGULATOR

$$G_R = K_P + \frac{1}{sT_i}$$

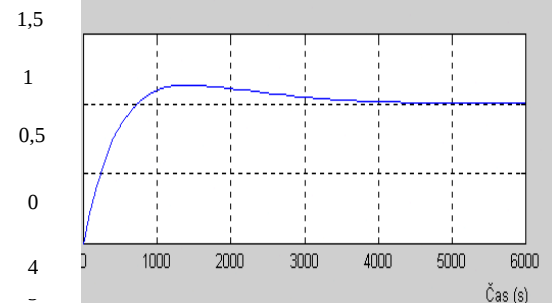
$$Y = \frac{\frac{1}{sT_S} \frac{1}{1+sT_C} \left( K_P + \frac{1}{sT_i} \right)}{1 + \frac{1}{sT_S} \frac{1}{1+sT_C} \left( K_P + \frac{1}{sT_i} \right)} R$$

$$Y = \frac{sT_i K_P + 1}{sT_S(1+sT_C)sT_i + K_P sT_i + 1} R$$

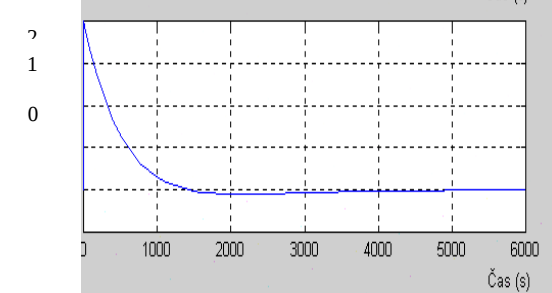
$$G = \frac{Y}{R} = \frac{sT_i K_P + 1}{s^3 T_S T_C T_i + s^2 T_S T_i + K_P sT_i + 1}$$

$$t \rightarrow \infty \longrightarrow s \rightarrow 0 \longrightarrow \underline{G=1}$$

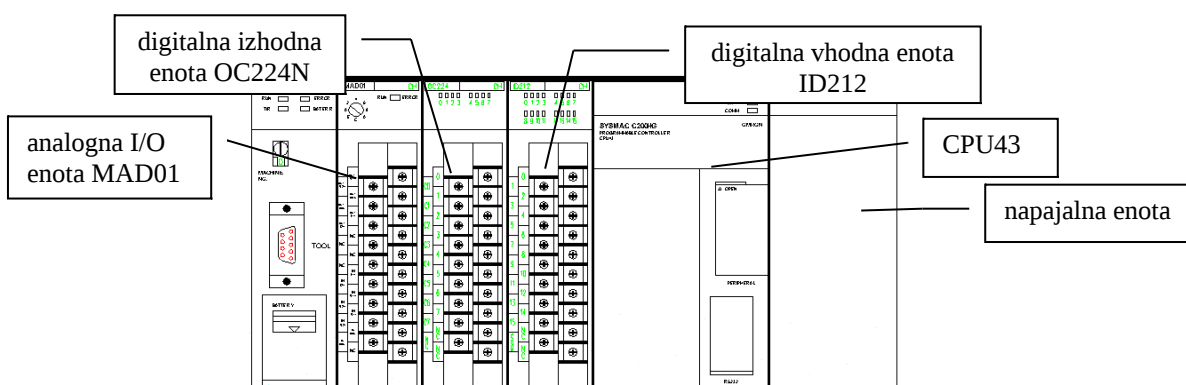
y

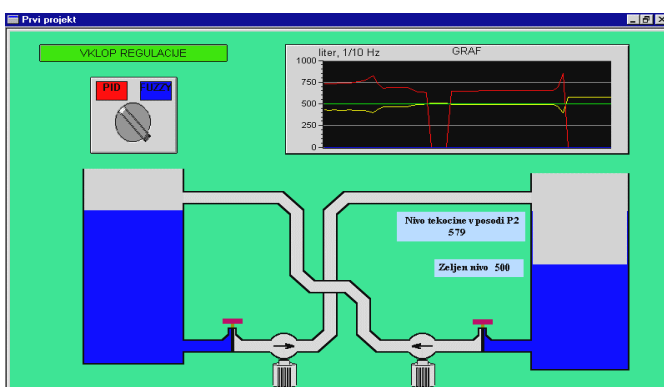
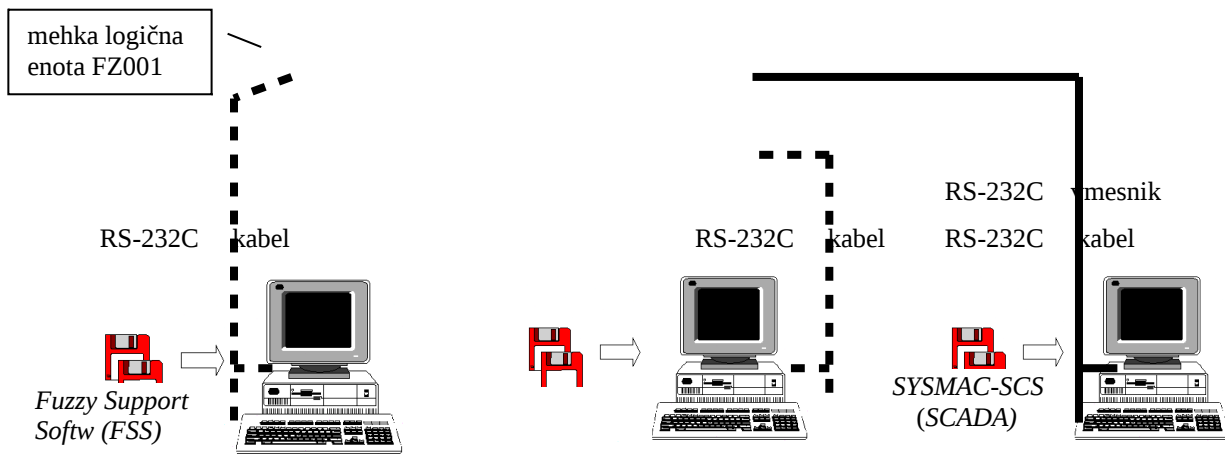


u

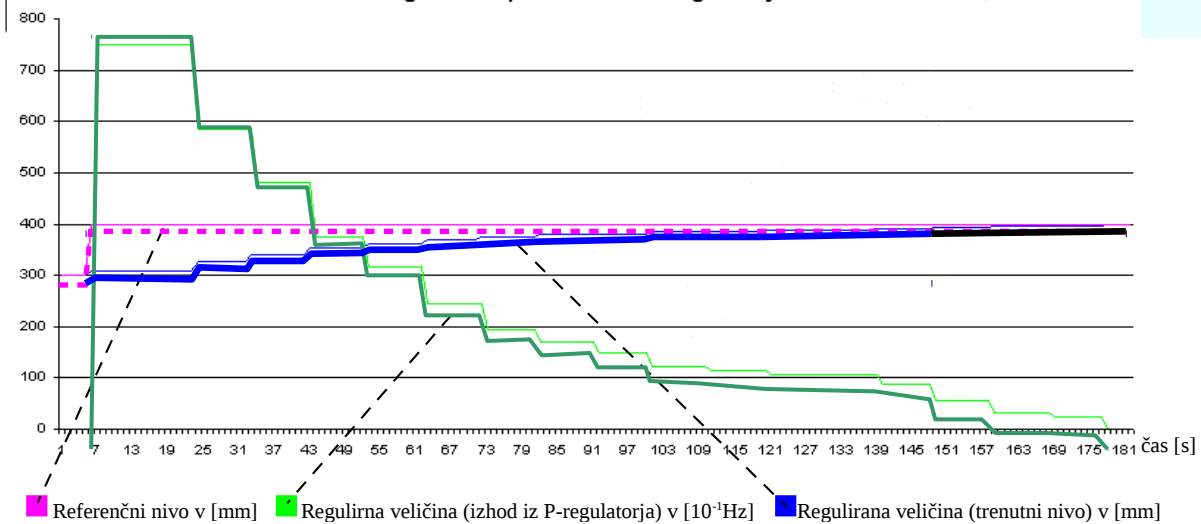


## 4 Krmilno – regulacijska oprema





P regulator - sprememba želenega nivoja



## Sistemi analize in načrtovanje vodenja procesov

### 1. Laplace-ova transformacija $\mathcal{L}$

$$L(f(t)) = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

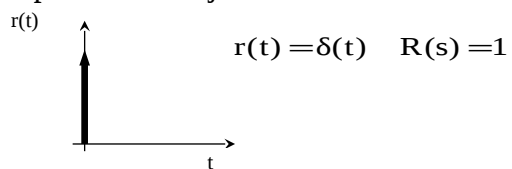
$$L^{-1}(F(s)) = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{e-j\omega}^{e+j\omega} F(s) \cdot e^{st} ds$$

## Teoremi Laplace-ove transformacije

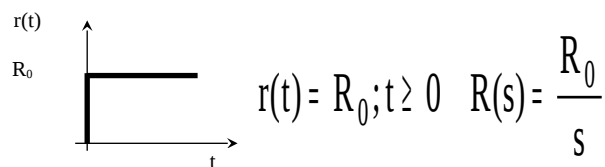
$L[k \cdot f(t)] = k \cdot F(s)$			
$L[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$			
$L\left[\frac{d}{dt} f(t)\right] = sF(s) - f(0^+)$	1	1	$\delta(t)$
$L\left[\frac{d^n}{dt^n} f(t)\right] = s^n F(s) - \lim_{t \rightarrow 0^-} f(t) - s \lim_{t \rightarrow 0^-} f'(t) - \dots - f^{(n-1)}(0^+)$	2	$\frac{1}{s}$	$1(t)$
$L\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$	3	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{1}{s}$
$L\left[\int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \dots \int_0^{t_n} f(\tau) d\tau dt_1 \dots dt_n\right]$	4	$\frac{2!}{s^3}$	$t^2$
	5	$\frac{3!}{s^4}$	$t^3$
$L[f(t - \tau)] = e^{-s\tau} F(s)$	6	$\frac{m!}{s^{m+1}}$	$t^m$
$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$	7	$\frac{1}{s+a}$	$e^{-at}$
$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$	8	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$te^{-at}$
$L[e^{-\alpha t} f(t)] = F(s + \alpha)$	9	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2!} t^2 e^{-at}$
$L\left[f\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right] = \alpha \cdot F(\alpha s)$	10	$\frac{1}{(s+a)^m}$	$\frac{1}{(m-1)!} t^{m-1} e^{-at}$
$L[t^n f(t)] = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$	11	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-at}$
	12	$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a}(at - 1 + e^{-at})$
	13	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$e^{-at} - e^{-bt}$
	14	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1-at)e^{-at}$
Laplace-ovi transfo	15	$\frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$	$\frac{\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega t} \sin \omega \sqrt{1-\zeta^2} t$
	16	$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$1 - e^{-at}(1+at)$
	17	$\frac{(b-a)s}{(s+a)(s+b)}$	$be^{-bt} - ae^{-at}$
	18	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$
	19	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$
	20	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$
	21	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \sin \omega t$
	22	$\frac{a^2 + \omega^2}{s[(s+a)^2 + \omega^2]}$	$1 - e^{-at} \left( \cos \omega t + \frac{a}{\omega} \sin \omega t \right)$

## Signali v Laplace-ovem prostoru

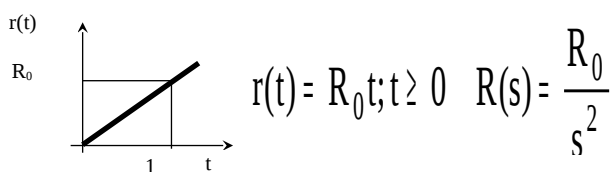
Impulzna funkcija:



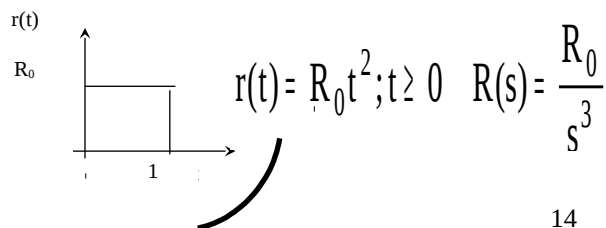
Stopničasta funkcija:



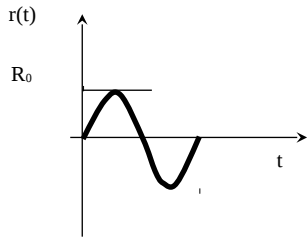
Linearno naraščajoča funkcija (rampa):



Parabolična funkcija:



Sinusna funkcija:



$$r(t) = R_0 \sin \omega t; t \geq 0 \quad R(s) = \frac{R_0 \omega}{s^2 + \omega^2}$$

## 2. Diferencialne enačbe

$$a_n \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \cdot \frac{dy}{dt} + a_0 \cdot y = b_m \cdot \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \cdot \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \cdot \frac{dx}{dt} + b_0 \cdot x$$

$$a_1, a_0, b_0 \neq 0$$

$$a_1 \cdot \frac{dy}{dt} + a_0 \cdot y = b_0 \cdot x$$

Primer:

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 0 \quad x(0) = a, \dot{x}(0) = b$$

$$L[x(t)] = X(s); \quad L[\dot{x}(t)] = s \cdot X(s) - x(0); \quad L[\ddot{x}(t)] = s^2 \cdot X(s) - s \cdot x(0) - \dot{x}(0)$$

$$(s^2 \cdot X(s) - s \cdot x(0) - \dot{x}(0)) + 3(s \cdot X(s) - x(0)) + 2X(s) = 0$$

$$(s^2 \cdot X(s) - as - b) + 3(s \cdot X(s) - a) + 2X(s) = 0 \quad \text{ali} \quad X(s) \cdot (s^2 + 3s + 2) = as + b + 3a$$

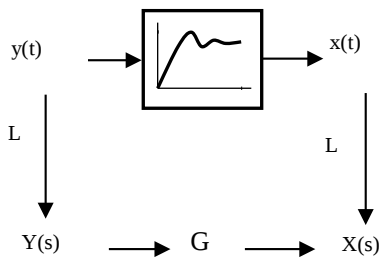
$$X(s) = \frac{as + b + 3a}{s^2 + 3s + 2} = \frac{as + b + 3a}{(s+1)(s+2)} = \frac{2a+b}{s+1} - \frac{a+b}{s+2}$$

## Inverzna Laplace-ova transformacija:

(pravilo Laplace-ove transformacije št.7)

$$x(t) = L^{-1}[X(s)] = L^{-1}\left[\frac{2a+b}{s+1}\right] - L^{-1}\left[\frac{a+b}{s+2}\right] = (2a+b)e^{-t} - (a+b)e^{-2t} \quad | t \geq 0$$

## 3. Prenosna funkcija G(s)



$$G(s) = \frac{L(\text{izhod})}{L(\text{vhod})} = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}$$

$$X(s) = G(s) \cdot Y(s)$$

$$G(s) = \frac{k(s+z_1)(s+z_2) \cdots (s+z_n)}{(s+p_1)(s+p_2) \cdots (s+p_m)}$$

$$G(s) = \frac{K(T_{b1}s+1)(T_{b2}s+1)\cdots(T_{bn}s+1)}{(T_{a1}s+1)(T_{a2}s+1)\cdots(T_{am}s+1)}$$

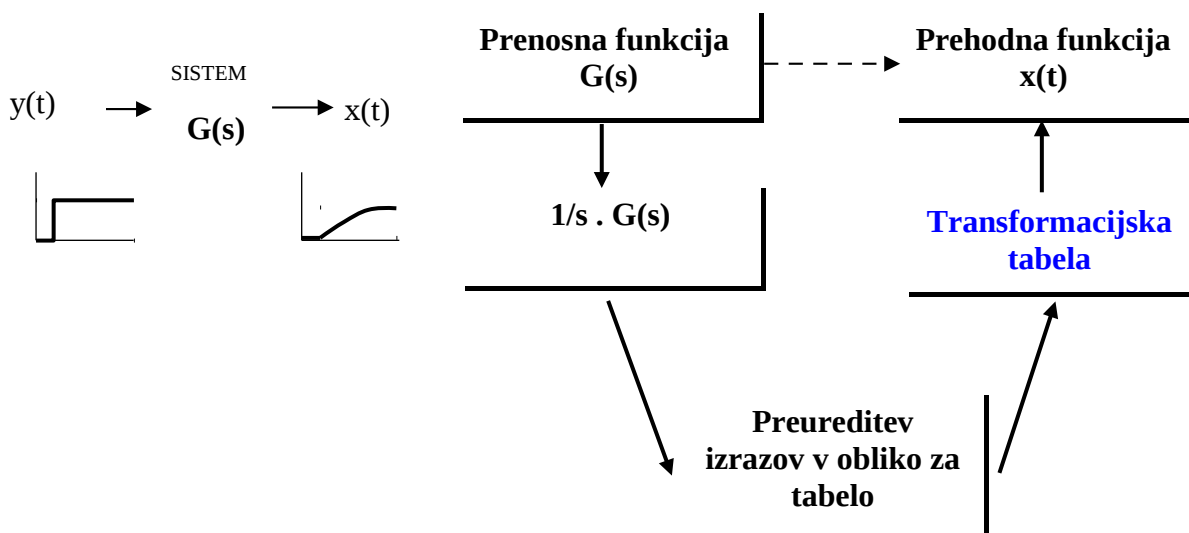
### Osnovna pravila za transformacijo:

$$L(kx(t)) = kX(s), \quad L(x_1(t) \pm x_2(t)) = X_1(s) \pm X_2(s)$$

$$L\left(\frac{d}{dt}x(t)\right) = sX(s), \quad L\left(\frac{d^2}{dt^2}x(t)\right) = s^2X(s), \quad L\left(\int x(t)dt\right) = \frac{1}{s}X(s)$$

### 4. Prehodna funkcija

Diferencialne enačbe



$\frac{1}{s} \cdot G(s)$	$x(t)$
$\frac{1}{s^2 T}$	$y(t) \cdot \frac{t}{T}$
$\frac{sT}{s(1+sT)}$	$y(t) \cdot e^{-\frac{t}{T}}$
$\frac{1}{s(1+sT)}$	$y(t) \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})$
$\frac{1}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$y(t) \cdot \frac{1}{T_1 - T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}})$
$\frac{1}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$y(t) \cdot (1 - \frac{T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2})$
$\frac{1}{s}$	$y(t) \cdot 1$

Primer:

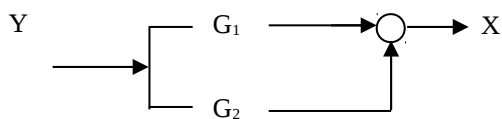
$$G(s) = \frac{1}{1+sT}$$

$$\frac{1}{s}G(s) = \frac{1}{s(1+sT)} \Rightarrow x(t) = y(t) \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

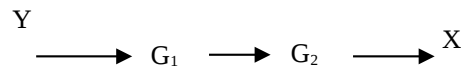


## 5. Blok diagram

$$X(s) = (G_1(s) \pm G_2(s)) \cdot Y(s)$$

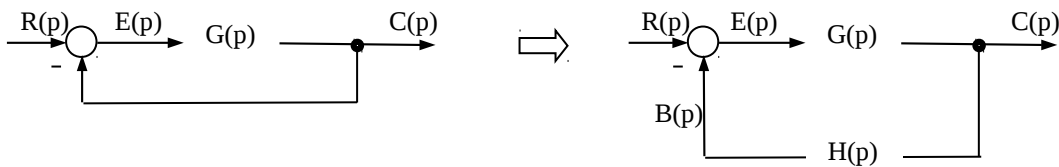


$$X(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot Y(s)$$



## 6. Modeliranje

### Blok diagram zaprtozančnega sistema:

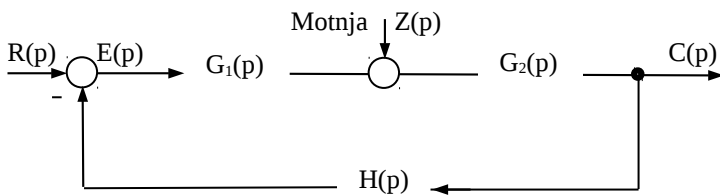


$$G(p) = \frac{C(p)}{E(p)}; \text{ prenosna funkcija direktne veje}$$

$$G(p) \cdot H(p) = \frac{B(p)}{E(p)}; \text{ prenosna funkcija odprte zanke}$$

$$\frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)} = \frac{C(p)}{R(p)}; \text{ prenosna funkcija zaprte zanke}$$

### Zaprtozančni sistemi pri motilnem in referenčnem signalu:

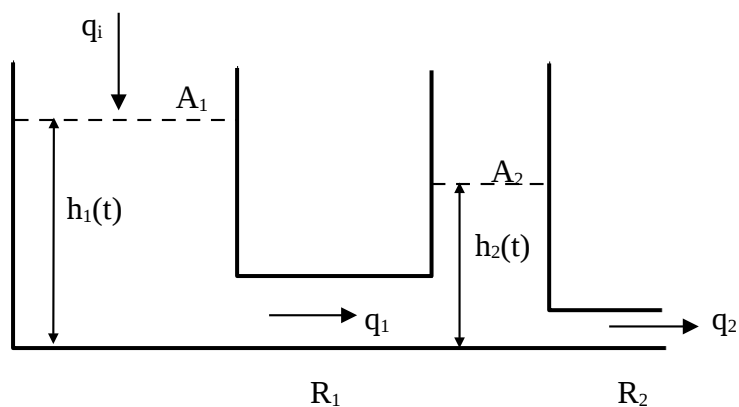


$$\frac{G_2(p)}{1 - G_1(p)G_2(p)H(p)} = \frac{C_z(p)}{Z(p)}; \quad |G_1(p)G_2(p)H(p)| \gg 1; \quad |G_1(p)H(p)| \gg 1; \quad \approx \frac{C_z(p)}{Z(p)} = 1$$

$$\frac{G_1(p)G_2(p)}{1 - G_1(p)G_2(p)H(p)} = \frac{C_R(p)}{R(p)}; \quad |G_1(p)G_2(p)H(p)| \gg 1; \quad \approx \frac{C_R(p)}{R(p)} = \frac{1}{H(p)}$$

$$C(p) = C_R(p) - C_z(p) = \frac{G_2(p)}{1 - G_1(p)G_2(p)H(p)} [G_1(p)R(p) - Z(p)]$$

**Primer – hidravlični sistem z dvema nivojskima posodama:**



$q_i(t)$	vhodni pretok	$h_2(t)$	nivo v drugi posodi
$h_1(t)$	nivo v prvi posodi	$A_2$	površina gladine v drugi posodi
$A_1$	površina gladine v prvi posodi	$q_2(t)$	iztok iz druge posode
$q_1(t)$	pretok med obema posodama		

**Ravnotežna enačba prve posode:**

**Ravnotežna enačba druge posode:**

$$A_1 \frac{dh_1(t)}{dt} = q_i(t) - q_1(t)$$

$$A_2 \frac{dh_2(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t)$$

$$q_1(t) = \frac{h_1(t) - h_2(t)}{R_1}$$

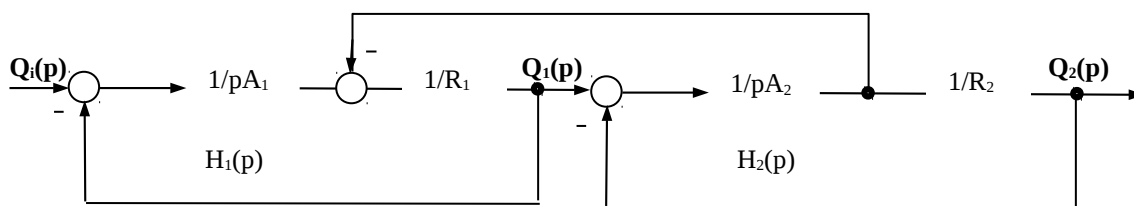
$$q_2(t) = \frac{h_2(t)}{R_2}$$

**Laplace-ova transformacija enačb:**

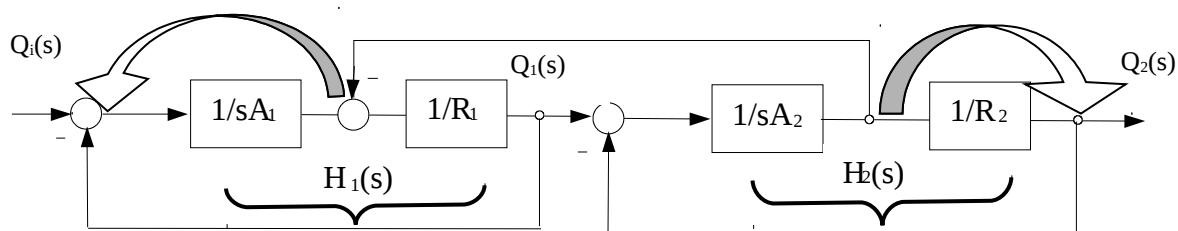
$$A_1 p H_1(p) = Q_i(p) - Q_1(p) \Rightarrow H_1(p) = \frac{1}{A_1 p} [Q_i(p) - Q_1(p)]; \quad Q_1(p) = \frac{H_1(p) - H_2(p)}{R_1}$$

$$A_2 p H_2(p) = Q_1(p) - Q_2(p) \Rightarrow H_2(p) = \frac{1}{A_2 p} [Q_1(p) - Q_2(p)]; \quad Q_2(p) = \frac{H_2(p)}{R_2}$$

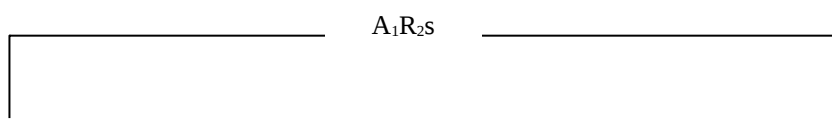
**Blok diagram hidravličnega sistema:**

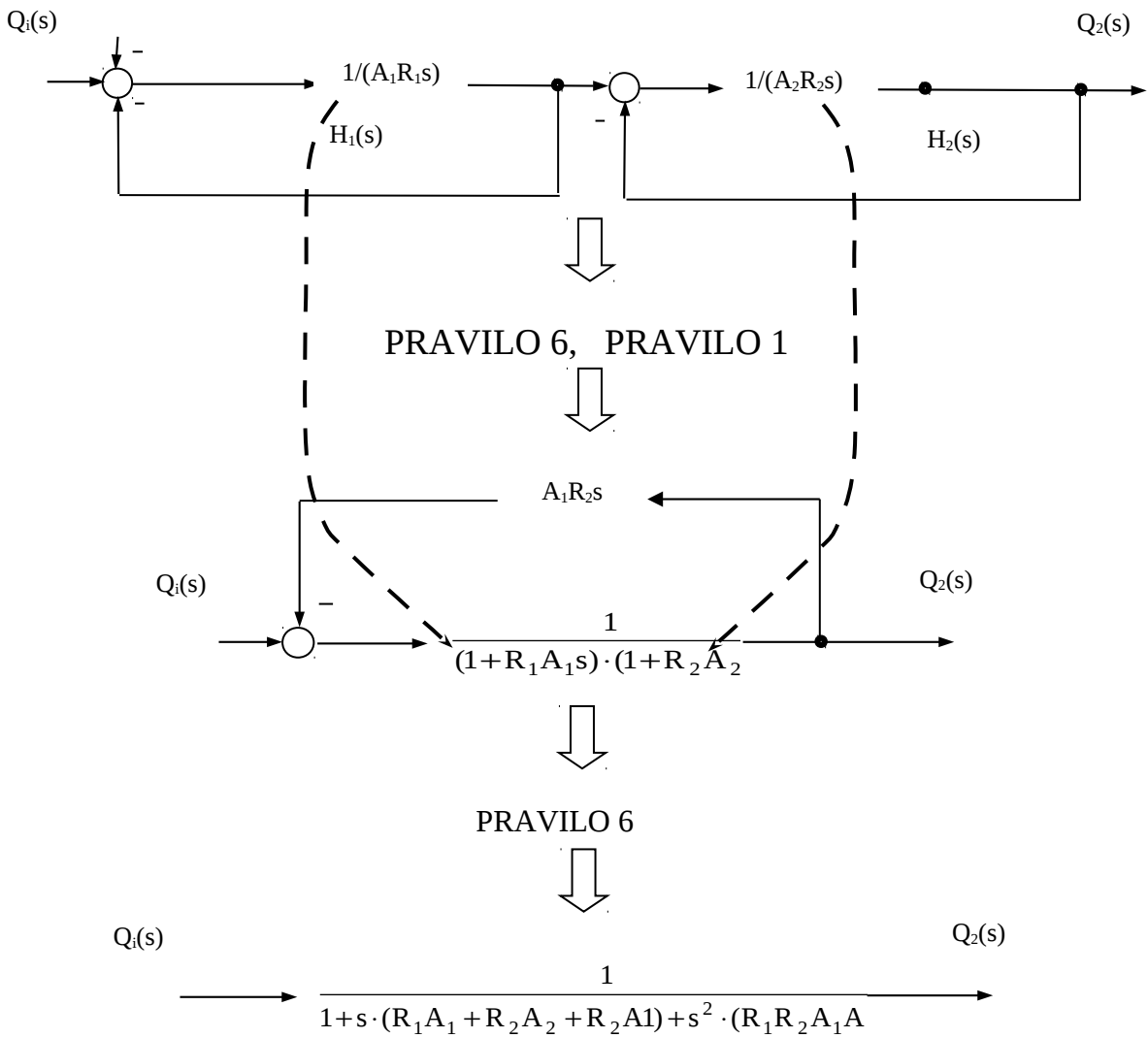


**Poenostavitev blok diagrama hidravličnega sistema**

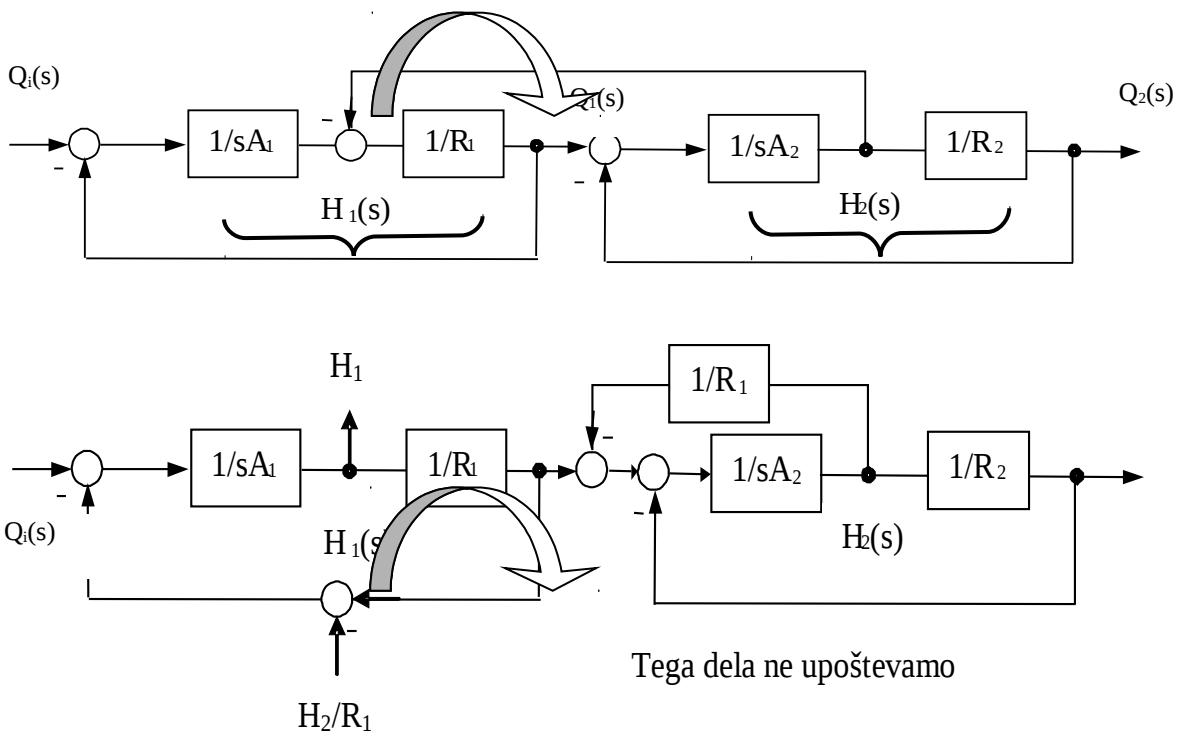


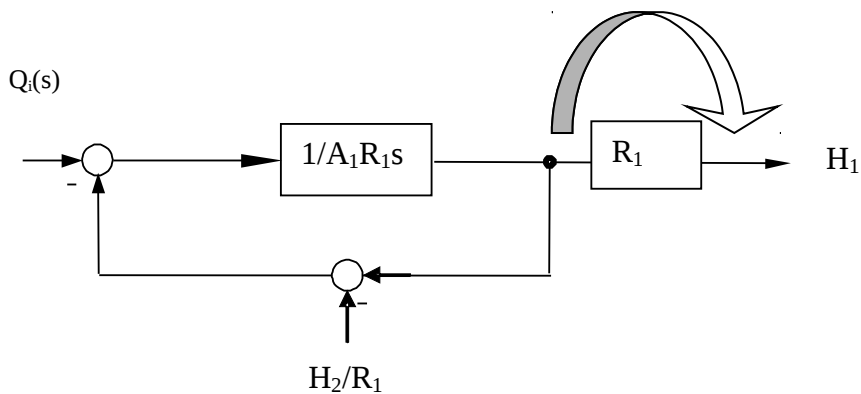
PRAVILO 5, PRAVILO 4, PRAVILO 1





Primer določitve odvisnosti H1 od Qi



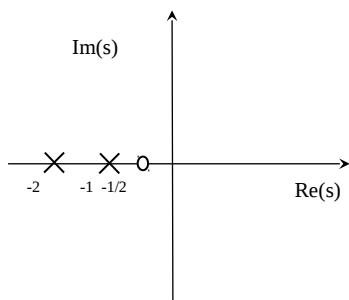


$$Q_i(s) \longrightarrow \frac{R_1}{1 - H_2 + sR_1A_1} \longrightarrow \Phi_1(s)$$

## ANALIZA SISTEMOV V ČASOVNEM PODROČJU

### 1. Vpliv polov in ničel na časovni odziv

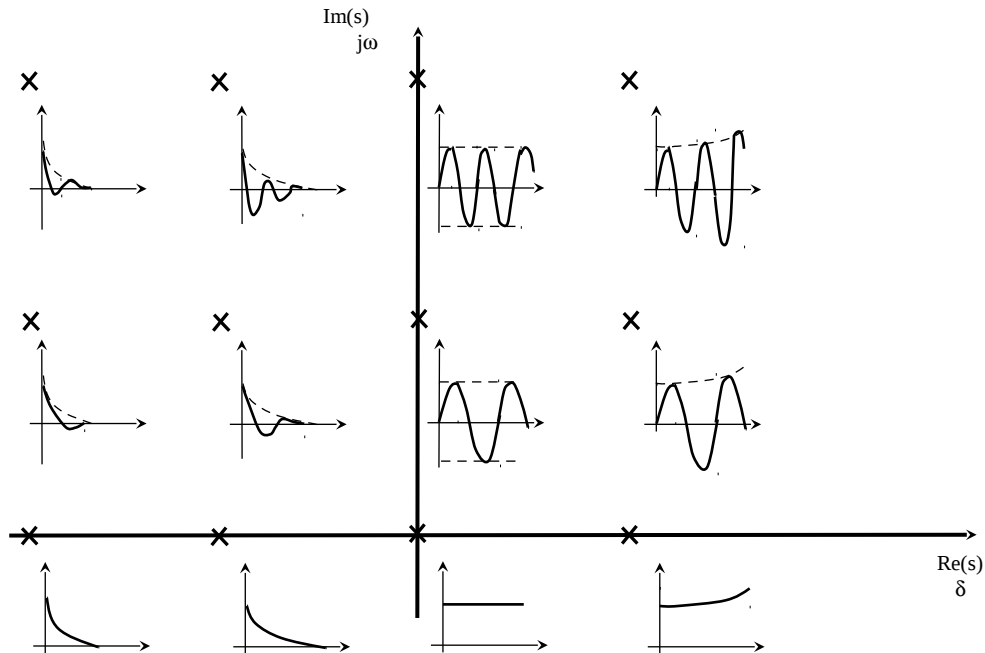
$$\ddot{c} + 3\dot{c} + 2c = 2\dot{r} + r \quad G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\check{S}(s)}{I(s)} = \frac{2s+1}{s^2+3s+2} = \frac{2(s+1/2)}{(s+1)(s+2)}$$



Prenosno funkcijo  $G(s)$  razvijemo v parcialne ulomke:

$$G(s) = \frac{2s+1}{(s+1)(s+2)} = \frac{-1}{s+1} + \frac{3}{s+2} \Rightarrow g(t) = -e^{-t} + 3e^{-2t}$$

**Vpliv lege polov na impulzni odziv sistema:**

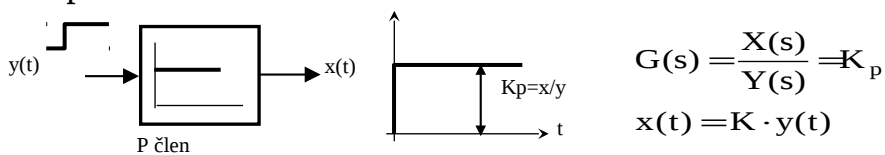


## 2. Tipi sistemov

### Proporcionalni sistemi

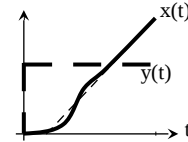
$$G(s) = \frac{\check{S}(s)}{I(s)} = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}; \quad m \leq n; \quad \check{S}(0) \neq 0;$$

Proporcionalni P člen:



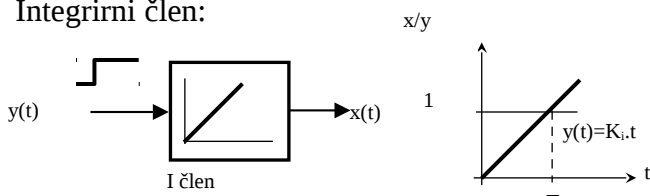
## Integrirni sistemi

$$G(s) = \frac{\check{S}(s)}{I(s)} = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{s^j} \frac{\check{S}(s)}{I'(s)}; \quad \check{S}(0) \neq 0; \quad I(0) \neq 0$$



- j = 0... sistem ničelne vrste (reda) ali stopnje je proporcionalni sistem
- j = 1... sistem prve vrste
- j = 2... sistem druge vrste itd.

Integrirni člen:



$$x(t) = K_i \int_0^t y(t) dt$$

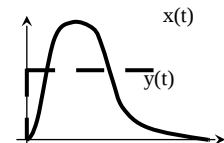
$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{K_i}{s} = \frac{1}{sT_i}$$

integracijska časovna konstanta  $T_i = \frac{1}{K_i} \cdot y; \quad K_i = \frac{1}{T_i};$

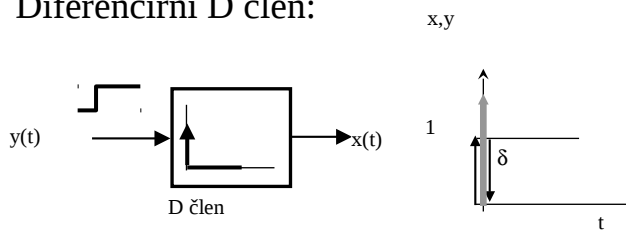
## Diferencirni sistem

Števlec prenosne funkcije vsebuje enega ali več korenov (ničel) v koordinatnem izhodišču.

$$G(s) = \frac{\check{S}(s)}{I(s)} = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{s^j \check{S}(s)}{I'(s)}; \quad \check{S}(0) \neq 0; \quad I(0) \neq 0$$



Diferencirni D člen:



$$x(t) = T_d \frac{dy}{dt}; \quad G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = T_d \cdot s$$

$$x(t) = \frac{dy}{dt} \cdot T_d = \frac{dy}{dt} \cdot K_d = \delta(t) \cdot T_d$$

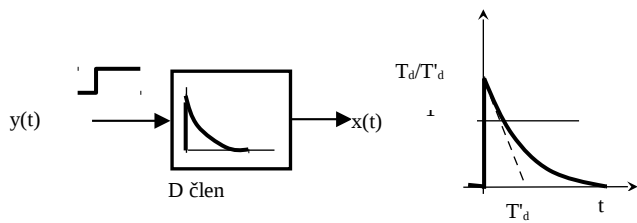
$T_d$ ... diferencialna časovna konstanta

$\delta$  ... odziv na stopničasto vzbujanje je Dirac-ov impulz

x,y

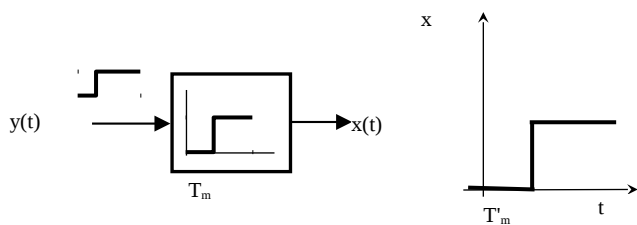
$$DE: T'_d \dot{x}(t) + x(t) = T_d \dot{y}(t)$$

$$PF: G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{sT_d}{1+T'_d s} \quad 23$$



stopnični odziv:  $x(t) = \frac{T_d}{T'_d} \cdot e^{-\frac{t}{T'_d}}$

### Zakasnilni člen – člen z mrtvim časom



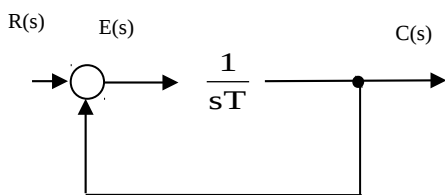
PF:  $G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = e^{-sT_m}$

stopnični odziv:

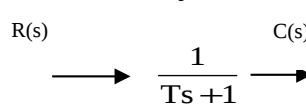
$x(t) = y(t - T_m); \quad 0; \quad t < T_m$

### Proporcionalni sistem 1. reda PT1 (P1)

Povratno-zančna blok shema:



Poenostavljena shema:



DE:  $T \dot{c}(t) + c(t) = K_p r(t)$

PF:  $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{1 + Ts}$

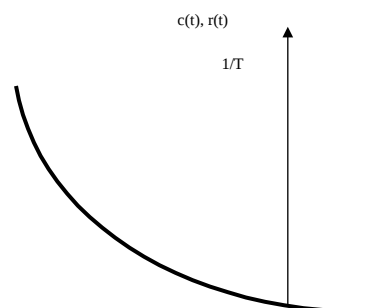
$K_p$ ... ojačanje sistema

$T$  ... časovna konstanta sistema

### Odziv sistema PT1 na impulz $\delta$ (naravni odziv)

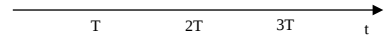
$C(s) = \frac{K_p}{1 + Ts} \cdot 1$

$c(t) = \frac{K_p}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}; \quad t \geq 0$



$c(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}$

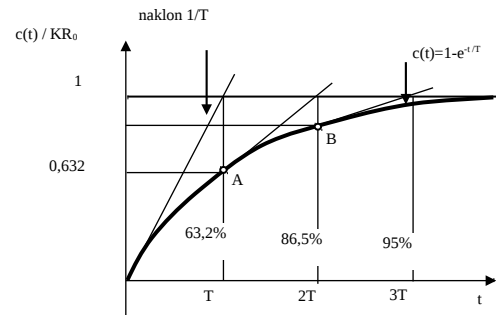




## Odziv sistema PT1 na stopničasto vzbujanje

$$C(s) = \frac{K_p}{1+Ts} \cdot \frac{R_0}{s} = K_p R_0 \left( \frac{1}{s} - \frac{T}{1+Ts} \right)$$

$$c(t) = K_p R_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right); \quad t \geq 0$$



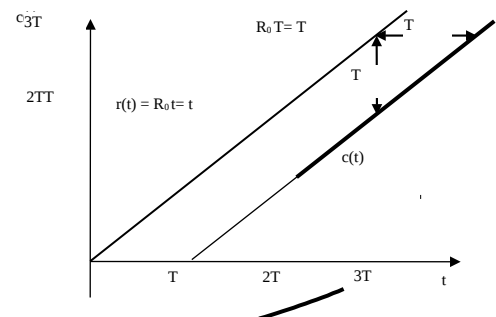
Regulacijski sistem v primeru  $K_p = 1$  v ustaljenem stanju nima pogreška:

$$c(t) = R_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \Rightarrow e(t) = R_0 - c(t) = R_0 e^{-\frac{t}{T}} \Rightarrow e(\infty) = 0$$

## Odziv sistema PT1 na linearno naraščajoči vhodni signal

$$C(s) = \frac{K_p}{1+Ts} \cdot \frac{R_0}{s^2} = K_p R_0 \left( \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{1+Ts} \right)$$

$$c(t) = K_p R_0 \left( t - T + T e^{-\frac{t}{T}} \right); \quad t \geq 0$$



Regulacijski sistem ima v primeru  $K_p = 1$  v ustaljenem stanju konstantni pogrešek:

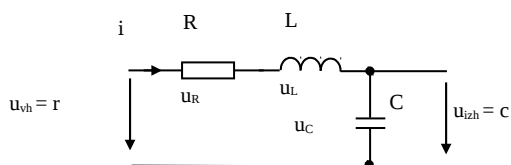
$$c(t) = R_0 \left( t - T + T e^{-\frac{t}{T}} \right) \Rightarrow e(t) = R_0 t - c(t) = R_0 T \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \Rightarrow e(\infty) = R_0 T$$

## Primerjava odzivov

- impulz  $\delta$ : 
$$c(t) = \frac{K_p}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}; \quad t \geq 0$$
- stopnica: 
$$c(t) = K_p (1 - e^{-\frac{t}{T}}); \quad t \geq 0$$
- linearno naraščajoči signal: 
$$c(t) = K_p (t - T1 + Te^{-\frac{t}{T}}); \quad t \geq 0$$

## Sistemi drugega reda PT2 (P2)

Splošna oblika modela



$$u_{vh} = u_R + u_L + u_C = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt; \quad i = C \frac{du_C}{dt};$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = u_{vh}$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{1}{LC} u_{vh}$$

$$\ddot{c}(t) + 2\zeta\omega_n \dot{c}(t) + \omega_n^2 c(t) = \omega_n^2 r(t); \quad \zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}; \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Dobljeni izraz preko Laplace-ove transformacije transformiramo:

$$C(s) \cdot (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) = \omega_n^2 \cdot R(s) \Rightarrow G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s - s_1)(s - s_2)}$$

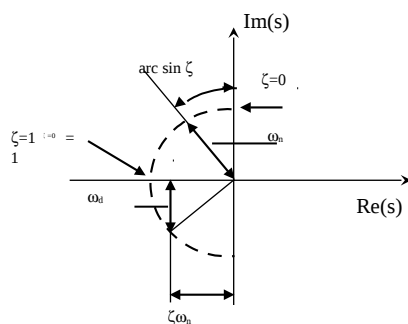
$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0; \Rightarrow s_{1,2} = -\frac{2\zeta\omega_n}{2} \pm \sqrt{\frac{4\zeta^2\omega_n^2 - 4\omega_n^2}{4}} = \omega_n(-\zeta \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}) = \delta \pm j\omega_d;$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

-  $\omega_d$  faktor dušenega nihanja.

Glede na vrednost dušenja  $\zeta$  ima stopničasti odziv štiri značilne oblike.

a) dušeno nihanje – podkritično dušenje:  $0 < \zeta < 1$



**Stopnični odziv  $R(s) = 1/s$**

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} t - \phi)$$

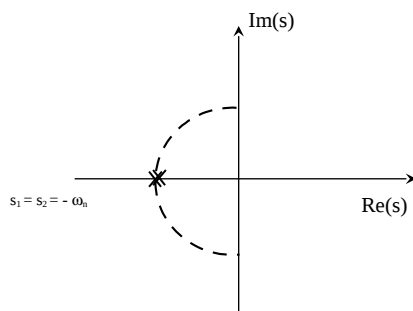
$$\phi = \text{arc tg} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

b) nedušeno nihanje:  $\zeta = 0$

Ko je dušenje  $\zeta = 0$ , ležita oba pola na imaginarni osi in velja:  $s_{1,2} = \pm j\omega_n$ . Odziv na stopničasti vhod  $R(s) = 1/s$  je nedušeno nihanje:

$$c(t) = 1 - \cos \omega_n t$$

c) meja aperiodičnosti – kritično dušenje:  $\zeta = 1$

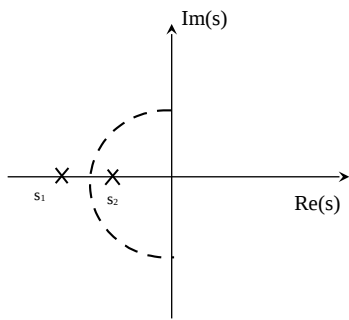


**Stopnični odziv  $R(s) = 1/s$**

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2}$$

$$c(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$$

d) aperiodični odziv – nadkrično dušenje:  $\zeta > 1$



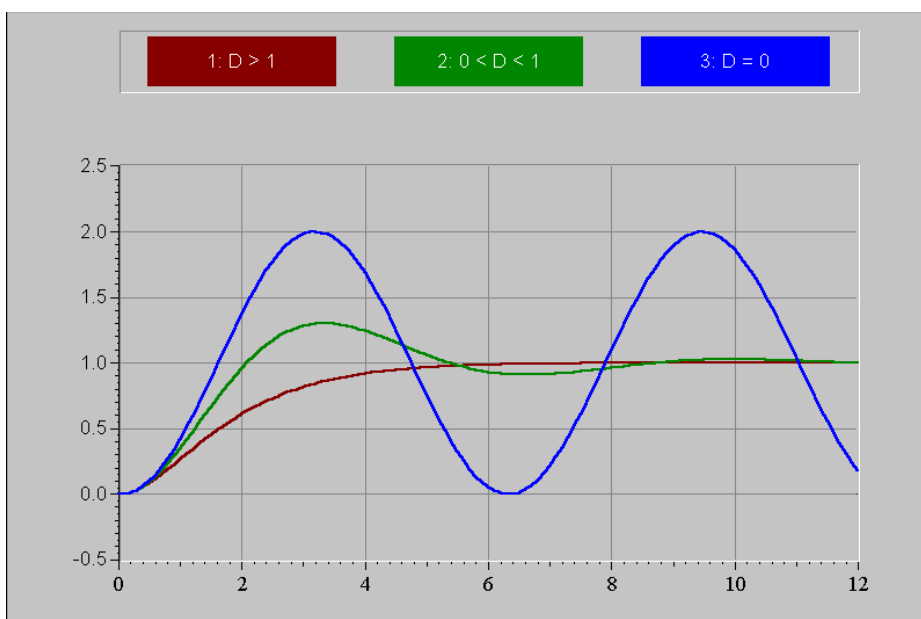
$$s_{1,2} = \omega_n (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}); \quad s_1 = -\frac{1}{T_1} s_2 = -\frac{1}{T_2}$$

**Stopnični odziv R(s) = 1/s:**

$$c(t) = 1 - \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} (T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}})$$

Sistemi z dušilnim faktorjem  $0,5 < \zeta < 0,8$  najhitreje dosežejo bližino referenčne vrednosti, med aperiodičnimi odzivi pa je najhitrejši odziv pri kritičnem dušenju. Aperiodični odzivi relativno počasi reagirajo na vhodne signale.

Značilni odziv sistema PT2 na stopnico

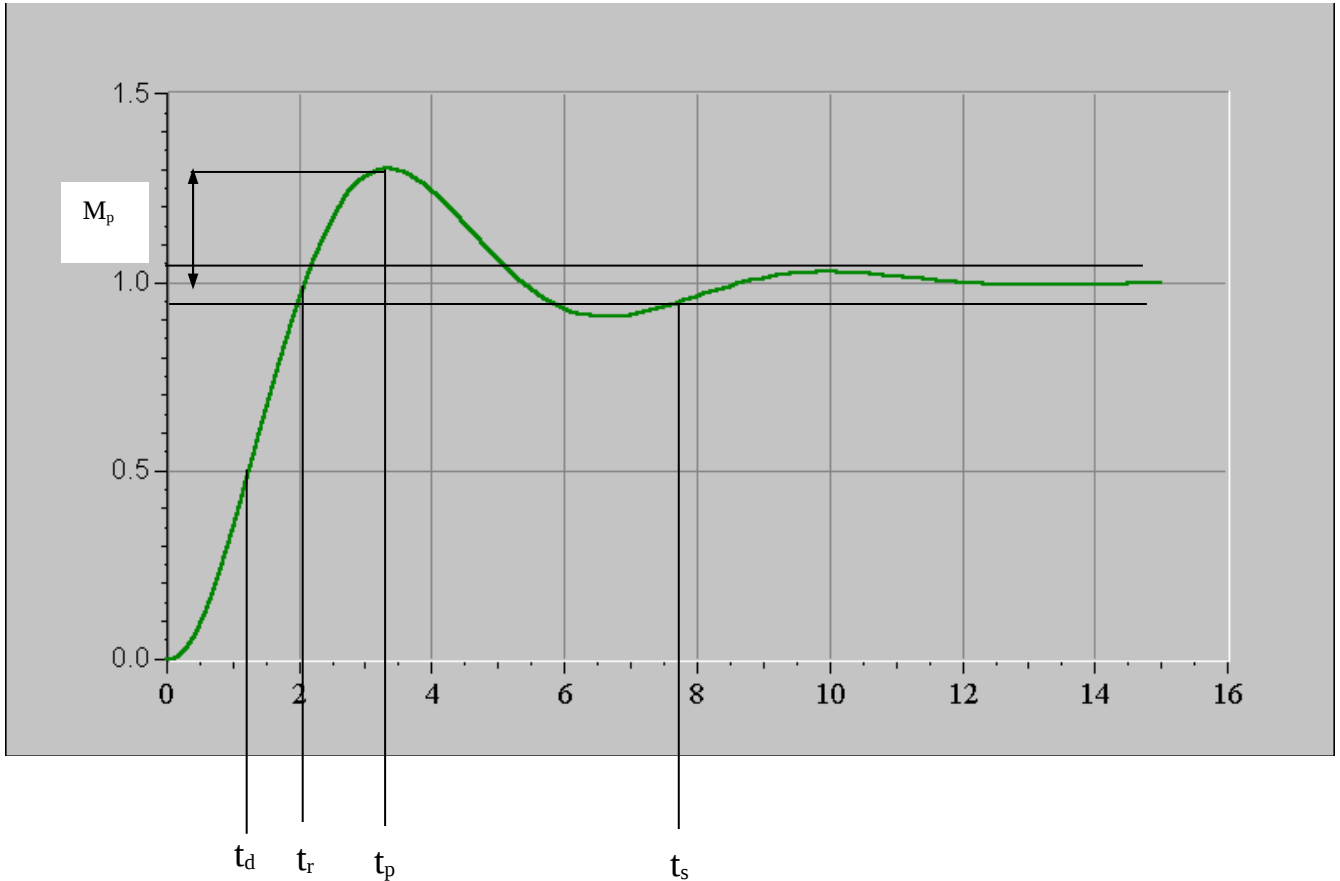


$\zeta \geq 1$   
kritično in nadkrično  
dušenje

$0 < \zeta < 1$   
dušeno nihanje-podkrično  
dušenje

$\zeta = 0$   
nedušeno nihanje

## Tipični parametri odziva sistema



## Analiza kvalitete regulacijskih sistemov

Obravnavani časovni odzivi so zapleteni, zato vedenje regulacijskega sistema opišemo s pokazatelji kvalitete, ki so odvisni od lege polov.

### Pokazatelji učinkovitosti delovanja regulacijskega sistema

Načrtovanje regulatorja je postopek, s pomočjo katerega dosežemo želene pokazatelje kvalitete. Običajno želimo doseči faktor dušenja  $\zeta$  med 0,4 in 0,8.

**Čas zakasnitve** -  $t_d$  je čas, v katerem regulirana veličina prvič doseže 50% končne vrednosti.

### Čas vzpona - $t_r$

Začetek odziva sistema določa čas vzpona  $t_r$  (rise time). Za sisteme z dušenjem  $\zeta < 1$  je **čas vzpona**  $t_r$  določen s spremembo od 0 do 1, pri sistemih z dušenjem  $\zeta > 1$  pa s spremembo izhoda od 10% do 90% njegove vrednosti in ga označimo s  $t_{r1}$ .

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}; \quad \beta = \arctg \frac{\omega_d}{\sigma} = \arctg \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}; \quad t_r \approx \frac{2}{\omega_n} \text{ pri } \zeta < 0.5$$
$$t_{r1} \approx \frac{2.16\zeta + 0.60}{\omega_n}$$

### Čas prvega prenihaja - $t_p$

(čas maksimalnega prevzpona – peak time) določimo za sistem drugega reda:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

### Prenihaj $M_{pt}$

je določen z razliko med maksimalno vrednostjo odziva in vrednostjo 1.

$$e_{d\%} = \frac{M_{pt} \cdot M_s}{M_s} \cdot 100; \quad M_p = c(t_p) \cdot 1 = e^{-\zeta \sqrt{1-\zeta^2} t_p} \text{ velja za } 0 < \zeta < 1; \quad e_{d\%} = M_p(\%) \cdot e^{-\zeta \sqrt{1-\zeta^2} t_p} \cdot 100\%$$

$$0 \leq \zeta \leq 0.6: \quad M_p \approx 1 - \frac{\zeta}{0.6}$$

$$0.4 \leq \zeta \leq 0.9: \quad M_p \approx 0.4 \cdot \left(1 - \frac{\zeta}{0.9}\right)$$

Dušenje $\zeta$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
Prenihaj $M_p(\%)$	0.2	1.5	4.6	9.5	16.3	25.4	37.2

### Čas umiritve/stabilizacije - $t_s$

je čas, ki ga potrebuje odziv, da doseže in ostane znotraj tolerančnega področja okoli ustaljene vrednosti  $x$  ( $x =$  običajno  $\pm 2\%$  oz.  $\pm 5\%$ ).

$$e^{-\frac{t}{T}} = e^{-\zeta \omega_n t}; \quad e^{-\zeta \omega_n t_s} = \frac{x}{100} \Rightarrow t_s = \frac{100}{\zeta \omega_n} \ln \frac{100}{x} \text{ pri } \zeta < 1$$

$$x = 2\%: \quad t_s \approx \frac{4}{\zeta \omega_n} = 4T; \quad x = 5\%: \quad t_s \approx \frac{3}{\zeta \omega_n} = 3T$$

Čas ustaljenega stanja stanja je približno enak 3 do 4 – kratni vrednosti časovne konstante, ki pripada prevladujočemu korenu karakteristične enačbe sistema.

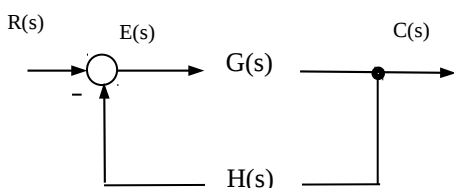
Pri načrtovanju običajno predpišemo pokazatelje, poiščemo ustrezno lego polov, ki zagotovi ustrezne pokazatelje kvalitete in določimo regulator, ki zagotovi želene pole. Za podane vrednosti  $t_r$ ,  $M_p$  in  $t_s$  dobimo naslednje zveze:

$$\omega_n \geq \frac{2}{t_r}; \quad \zeta \geq 0.6 \cdot (1 - M_p); \quad \sigma = \zeta \omega_n \geq \frac{4}{t_s}$$

Neenačbe lahko predstavimo v ravnini 's', kjer je prikazano področje, kjer je potrebno izbrati pole.

## Stacionarni pogrešek v regulacijskih sistemih

Glavna zahteva regulacijskega sistema je zagotovitev zahtevanega stacionarnega pogreška.



$$E(s) = R(s) - \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s) = \frac{1 + G(s)H(s) - G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$

$$H(s) = 1 \Rightarrow E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

Stacionarni pogrešek, ko je  $H(s) = 1$  določimo:  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = e_s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)}$

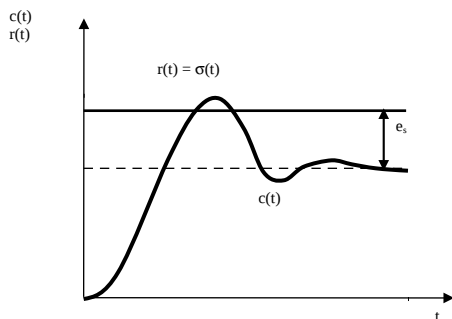
Odrptožančna funkcija v faktorizirani obliki:  $G(s)H(s) = \frac{K(T_{b1}s+1)(T_{b2}s+1)\cdots(T_{bn}s+1)}{s^j(T_{a1}s+1)(T_{a2}s+1)\cdots(T_{am}s+1)}$

Parametri v prenosni funkciji:

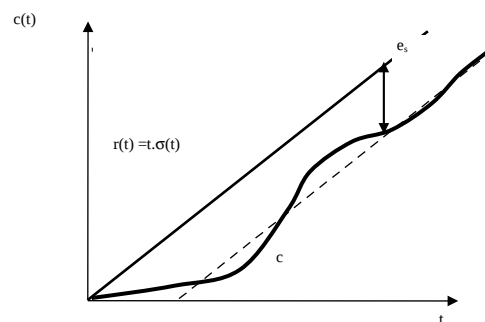
- $K$ ... ojačanje sistema,
- $K_p$  ... konstanta pozicijskega pogreška / odrpto žančna prenosna funkcija
- $T_{bi}$  ... časovne konstante števalca;
- $T_{ai}$  ... časovne konstante imenovalca
- $j$  ... vrsta sistema oz. število polov v koordinatnem izhodišču (celo število, ki predstavlja število integratorjev v odrpto-zančni funkciji  $G(s)$ )

Stacionarni pogrešek sistema določimo

- za referenčno stopnico:  $r(t) = \sigma(t)$



- za referenčno naraščajočo funkcijo - rampo:  $r(t)=t \cdot \sigma(t)$



Stacionarni pogrešek v transformirani obliki pri stopničastem referenčnem signalu

$$e_s = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \Rightarrow e_s = \lim_{s \rightarrow 0} E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot R(s)}{1+G(s) \cdot H(s)} = \frac{R_0}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \cdot H(s)}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \cdot H(s) \Rightarrow e_s = \frac{R_0}{1 + K_p}$$

Pri stopničastem referenčnem signalu je pogrešek odvisen od konstante pozicijskega pogreška. Za sistem ničelnega reda ( $j = 0$ , proporcionalni sistem) in višjih redov ( $j \geq 1$ ) velja:



$$j = 0: K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_{b1}s+1)(T_{b2}s+1)\cdots(T_{bn}s+1)}{(T_{a1}s+1)(T_{a2}s+1)\cdots(T_{am}s+1)} = K; \quad j \geq 1: K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_{b1}s+1)(T_{b2}s+1)\cdots(T_{bn}s+1)}{s^j (T_{a1}s+1)(T_{a2}s+1)\cdots(T_{am}s+1)} = \infty$$

$$j = 0: e_s = \frac{R_0}{1+K}; \quad j \geq 1: e_s = 0$$

Vrsta sistema (j)	Vrsta vhodnega signala			Stopnica	Rampa	Parabola
	$K_p$	$K_v$	$K_a$	$e_s = R_0 / (1 + K_p)$	$e_s = R_0 / K_v$	$e_s = R_0 / K_a$
0	K	0	0	$R_0 / (1 + K)$	$\infty$	$\infty$
1	$\infty$	K	0	0	$R_0 / K$	$\infty$
2	$\infty$	$\infty$	K	0	0	$R_0 / K$
3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0

### Stabilnost regulacijskih sistemov

Analiza stabilnosti linearnih časovno nespremenljivih sistemov temelji na legi polov regulacijskega sistema  $G_r(s) = C(s)/R(s)$  oziroma na legi korenov karakteristične enačbe:  $1 + G(s)H(s) = 0$ . Sistem je stabilen, če je izhodni signal omejen pri kakršnemkoli omejenem vhodnem.

referenčni vhod:  $|r(t)| \leq N < \infty$  za  $t \geq t_0$   $t \dots$  poljubni čas  
 regulirana veličina:  $|c(t)| \leq M < \infty$  za  $t \geq t_0$   $t_0 \dots$  začetek opazovanja

BIBO stabilnost vodi do zahteve, da koreni karakteristične enačbe v primeru stabilnega sistema ležijo v levem delu ravnine 's'.

## Routh-ov stabilnostni kriterij

Postopek:

1. zapis karakteristične enačbe  $1 + G(s)H(s) = 0$  v obliki:  $a_0s^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + \dots + a_n = 0$
2. če ležijo koreni v levem delu ravnine, morajo biti koeficienti  $a, b, c, \dots$  pozitivni oz. enakega predznaka (primer enačbe 1. reda:  $s + a$ ; primer enačbe 2. reda:  $s^2 + bs + c$ ; ...)
3. ureditev koeficientov v Routh-ovo shemo po naslednjem vzorcu:

$s^n$	$a_0$	$a_2$	$a_4$	$a_6$	$\dots$
$s^{n-1}$	$a_1$	$a_3$	$a_5$	$a_7$	$\dots$
$s^{n-2}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\dots$
$s^{n-3}$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$\dots$
$s^{n-4}$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$\dots$
.	.	.	.	.	$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}; d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}; \dots$
.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	
$s^3$	$e_1$	$e_2$	$e_3$		
$s^2$	$f_1$	$f_2$			
$s^1$	$g_1$				
$s^0$	$h_1$				

**Primer:**

Karakteristična enačba sistema ima obliko:  $s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$

Ker so vsi koeficienti pozitivni, je izpolnjen **potreben** pogoj za stabilnost sistema.

Izračunana Routh-ova shema ima obliko:

$$\begin{array}{rcccc}
 s^4 & 1 & 3 & 5 & \\
 s^3 & 2 & 4 & 0 & / \times \frac{1}{2} \\
 & 1 & 2 & 0 & \\
 s^2 & \downarrow 1 & 5 & & \\
 s^1 & \downarrow -3 & 0 & & \\
 s^0 & \downarrow 5 & & & 
 \end{array}$$

Ker se predznak v prvem stolpcu dvakrat zamenja (prehod iz + v – in iz – v +), ni izpolnjen zadostni pogoj za stabilnost. Sistem ima dva pola v desnem delu ravnine 's'.

## REGULACIJSKI ALGORITMI

### - delitev glede na energijo, ki jo potrebujejo za delovanje

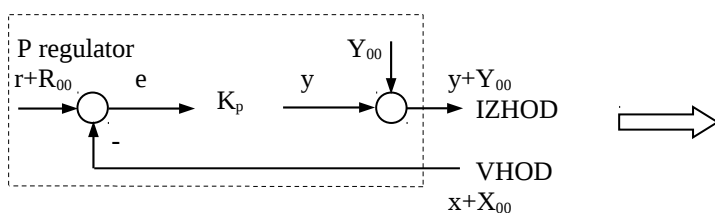
#### a) regulatorji brez pomožne energije (samodelujoči);

- izdelujejo se masovno in so poceni
- so zanesljivi in izpolnjujejo varnostne zahteve
- območje signalov je omejeno in neprilagodljivo
- dinamične lastnosti so zelo omejene (proporcionalna karakteristika)
- slabša točnost, posegi v zanko niso možni – ni modularnosti

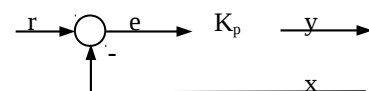
- b) **regulatorji s pomožno energijo**; za delovanje je potrebna dodatna pomožna energija
  - so bolj splošno namenski
  - dražji
  - območje signalov je prilagodljivo
  - dinamične lastnosti so raznovrstne
  - omogočajo veliko točnost
  - poseg v zanko je možen, zato omogočajo veliko modularnost
- **delitev glede na vrsto medija ali uporabljene pomožne energije**
  - a) mehanski
  - b) pnevmatski
  - c) hidravlični
  - d) električni
- **delitev električnih regulatorjev**
  - a) analogni; izvedeni so z električnimi oz. elektronskimi komponentami
  - b) digitalni; izvedeni so s sodobnimi računalniškimi komponentami
- **delitev glede na vrsto regulirnega signala**
  - a) **zvezno delujoči regulatorji**; regulirna veličina lahko zavzame poljubno vrednost znotraj regulirnega območja, regulacija je zelo točna; delitev zveznih regulatorjev glede na dinamične značilnosti:
    - proporcionalni **P**
    - proporcionalno - integrirni **PI**
    - proporcionalno - diferencirni **PD**
    - proporcionalno - integrirno – diferencirni **PID**
  - b) **stopenjsko (nezvezno) delujoči regulatorji**; regulirna veličina lahko zavzame samo dve ali tri različne vrednosti
    - dvopoložajni **ON – OFF**
    - tropoložajni
  - c) **mehki regulatorji (fuzzy)**

## Regulator s proporcionalnimi lastnostmi – P regulator

Sistem z absolutnimi veličinami:



Sistem v delovni točki:



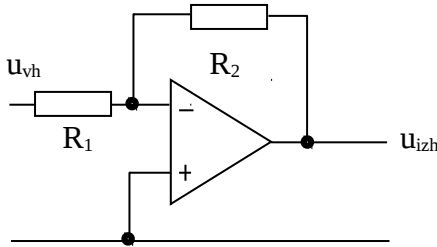
$R_{00}$  – želena vrednost;  $Y_{00}$  – delovna vrednost;  $K_p$  - ojačanje

$$y(t) = K_p \cdot e(t) = (Y_H / X_R) \cdot e(t)$$

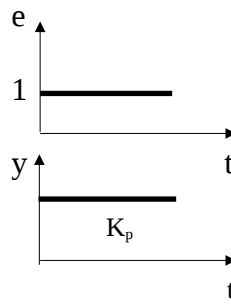
$Y_H$  – največja možna vrednost regulirne veličine, kjer veljajo linearne razmere

$X_R$  – regulacijsko območje regulatorja: P območje

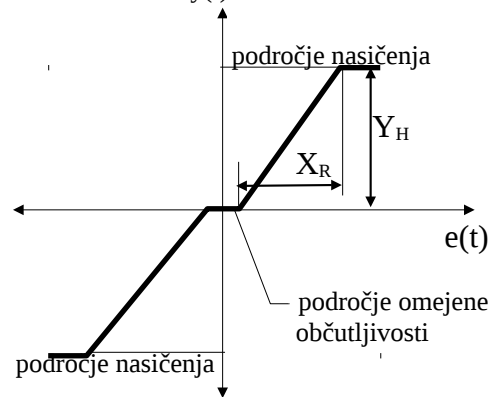
Elektronsko vezje:  $K_p = -R_2 / R_1$



Odziv na stopnico:



**Statična karakteristika:**



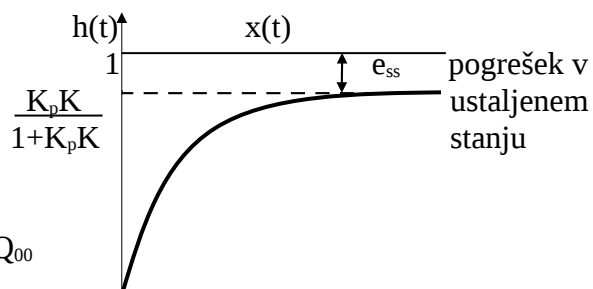
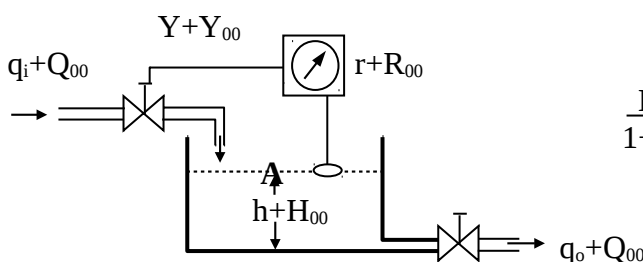
**Značilne lastnosti:**

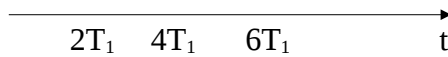
- delovanje regulatorja brez zakasnitve
- nastavljanje želene vrednosti, ojačenja  $K_p$  in delovne vrednosti regulirne veličine
- proporcionalno območje regulatorja **PB** (proportional band); območje regulirane veličine ali pogreška, ki izkoristi 100% regulirno veličino
- zapis proporcionalnega algoritma:
 
$$K_p = \frac{y}{e} = \frac{Y_{\max}}{PB} = \frac{100\%}{PB(\%)}; \quad y(t) = \frac{100\%}{PB(\%)} \cdot e(t)$$
- stacionarni pogrešek; ob stopnični spremembi vhodne funkcije je odvisen od ojačenja regulatorja

$$e_s = \frac{K_s K_p}{1 + K_s K_p}$$

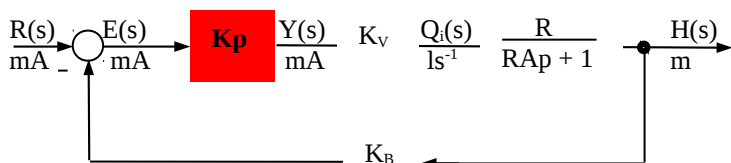
**Proporcionalna regulacija nivoja hidravličnega proporcionalnega sistema 1. reda**

Hidravlični regulacijski sistem:



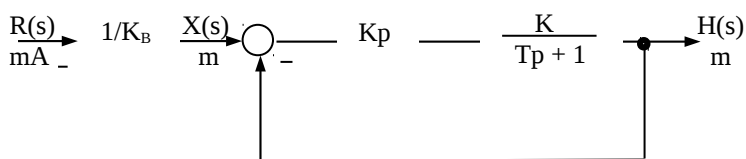


**Blok diagram sistema:**



$K_p$  – ojačenje proporcionalnega regulator.  
 $K_V$  – konstanta ventila:  $mA/ls^{-1}$   
 $K_B$  – konstanta merilnega sistema:  $m / mA$

**Poenostavljeni blok diagram sistema:**



$K = K_V \cdot R \cdot K_B$   
 $T = R \cdot A$

Zveza med želenim nivojem  $x(t)$  in regulirano veličino  $h(t)$  pri stopničastem poteku spremenljivke  $x(t)$ :

$$\frac{H(s)}{X(s)} = \frac{K_p K}{sT + 1 + K_p K}; \quad X(s) = \frac{1}{s}; \quad h(t) = \frac{K_p K}{1 + K_p K} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \quad T_1 = \frac{T}{1 + K_p K}; \quad e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p K}$$

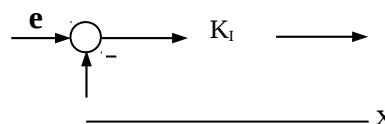
Regulacijski sistem je za faktor  $e_{ss}$  zmanjšal časovno konstanto. Pogrešek v ustaljenem stanju:

$$e_{ss} = x_{ss} - h_{ss} = 1 - \frac{K_p K}{1 + K_p K} = \frac{1}{1 + K_p K} = \frac{1}{1 + K_p'}$$

$K_p'$  ... konstanta pozicijskega pogreška

**Regulator z integralnimi lastnostmi – I regulator**

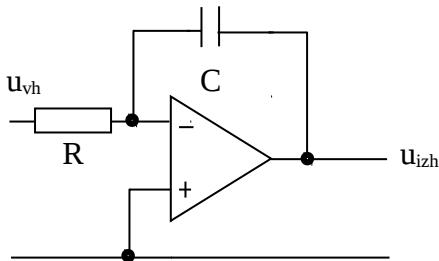
Integrirni regulator je potreben tam, kjer ne želimo pogreška v ustaljenem stanju. Hitrost regulirne veličine je proporcionalna pogrešku  $e$ !



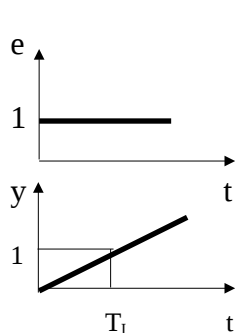
Regulacijski algoritem in prenosna funkcija:

$$y(t) = K_I \int e(t) dt; \quad \frac{dy(t)}{dt} = K_I e(t) = \frac{1}{T_I} e(t); \quad G_R = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s} = -\frac{1}{sT_I}; \quad T_I = RC; \quad K_I = \frac{1}{T_I}$$

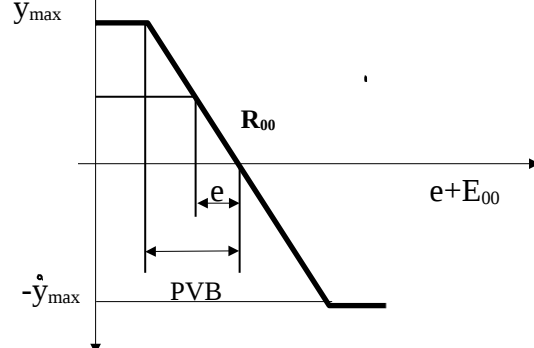
Elektronsko vezje:



Odziv na stopnico



Statična karakteristika:



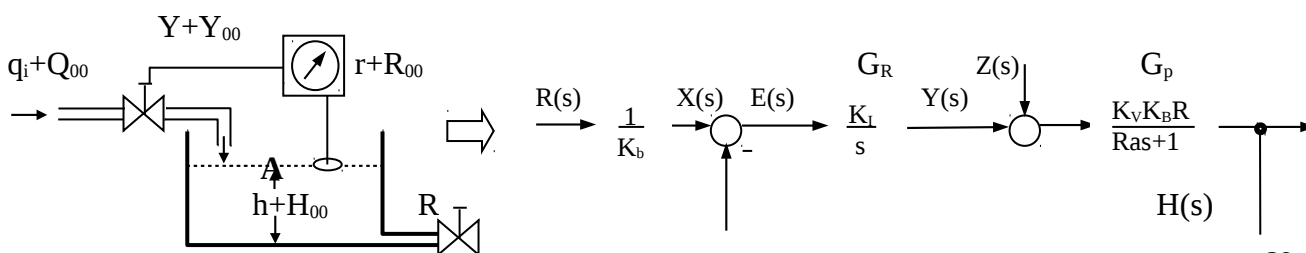
### Značilne lastnosti:

- delovanje regulatorja je počasnejše in v določenih primerih lahko odpravi stacionarni pogrešek  $e_s$
- regulirno veličino lahko proizvaja, tudi če je pogrešek enak nič (pretekle vrednosti pogreška so napolnile integrator)
- pogrešek med referenčno in regulirano veličino, ki povzroči maksimalno možno hitrost regulirne veličine, imenujemo proporcionalno hitrostno območje PVB (proportional velocity band)
- PVB skupaj z maksimalno hitrostjo določa strmino statične karakteristike oz. ojačenje regulatorja  $K_I$ :

$$K_I = \frac{\dot{y}}{e} = \frac{\dot{y}_{\max}}{PVB}; \quad \dot{y}_{\max} = \frac{y_{\max}}{T_y}; \quad K_I = \frac{y_{\max}}{T_y \cdot PVB}; \quad y(t) = \frac{y_{\max}}{T_y \cdot PVB} \int e(t) dt$$

### Primer:

#### integrirna regulacija nivoja hidravličnega proporcionalnega sistema 1. reda:



$$\rightleftharpoons q_0 + Q_{00}$$

$K_V$  – konstanta ventila; povezava med regulirnim signalom (mA) in vhodnim pretokom

$K_B$  – konstanta merilnega sistema; zveza med regulirano veličino  $v$  (m) in (mA)

Pri stopničasti referenci  $X(s)=1/s$  je pogrešek v ustaljenem stanju enak nič:

$$\frac{E(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + G_R G_P} = \frac{RAs^2 + s}{RAs^2 + s + K_I K_V R K_B}; \quad e_s = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(RAs^2 + s)}{RAs^2 + s + K_I K_V R K_B} \frac{1}{s} = 0$$

### Proporcionalno – integrirni regulator – PI regulator

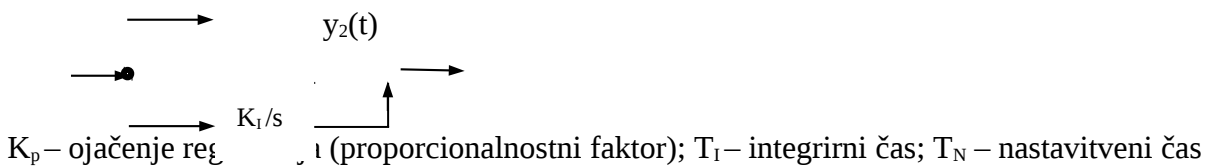
P del regulatorja trenutno učinkuje na pogrešek, vendar ne odpravlja pogreška v ustaljenem stanju, I del regulatorja zaradi končne hitrosti učinkuje počasneje, vendar odpravi pogrešek v ustaljenem stanju. PI regulator realiziramo s paralelno kombinacijo P in I regulatorja:

$$y_1(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt \quad G_R = K_p \left( 1 + \frac{1}{sT_I} \right) = K_p \frac{1 + sT_I}{sT_I}$$

$$e(t) = 1 \Rightarrow y(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt \right) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I} t \right)$$

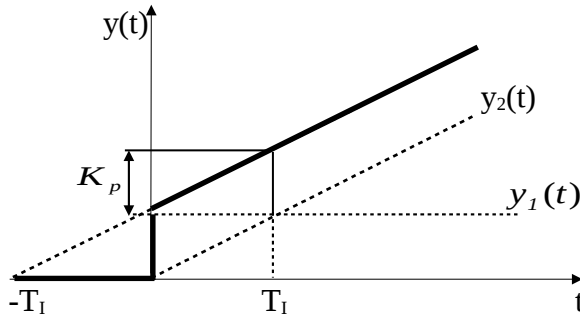
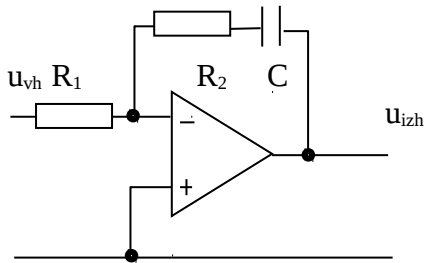
$$K_p = \frac{y_p}{e}; \quad K_I = \frac{1}{T_I} = \frac{K_p}{T_N}$$





**Elektronsko vezje:**

**Odziv na stopnico:  $e(t) = 1$**



$K_R = R_2 / R_1$      $T_I = R_2 \cdot C$

**Značilne lastnosti:**

- v času  $T_I$  regulirna veličina podvoji začetno vrednost, ki je določena z ojačenjem  $K_p$
- $T_I$ ... **prenastavitveni čas (reset time);**
- $1/T_I$ ... **prenastavitvena frekvenca (reset rate)**, ki pove s koliko je treba pomnožiti del regulirne veličine, ki pripada P delu regulatorja, da dobimo vrednost regulirne veličine po 1 časovni enoti
- **integralski pobeg**; pri vseh izvedbah regulatorjev, kjer v paralelni vezavi nastopa integrator, lahko pride do integralskega pobega (v primeru velikih sprememb na vhodu, lahko izhod iz integratorja pobegne v področje nasičenja)

**Regulatorji z diferencirnim dodatkom – PD regulatorji**

**PD regulacijski algoritem:**

P regulatorju dodamo člen, katerega velikost je proporcionalna odvodu pogreška:

$$y(t) = K_p e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt} = K_p e(t) + T_D \frac{de(t)}{dt}; \quad G_R = K_p (1 + T_D s)$$

$$K_p = \frac{y - y_p}{e}; \quad K_D = K_p T_V$$

$K_p$  – ojačenje regulatorja,  $T_D$  - diferencirni čas;

$K_D$  – diferencialni faktor;  $T_V$  – diferencialna časovna konstanta

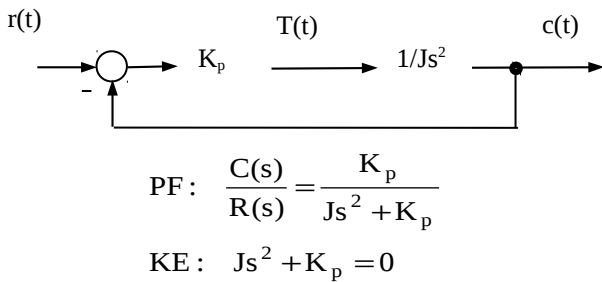
**Primer - PD regulacija zasuka rotacijskega mehanskega sistema brez dušenja**

Rotacijski mehanski sistem z zanemarljivim dušenjem lahko opišemo z naslednjo diferencialno enačbo:

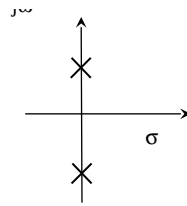
$$J \frac{d^2 c(t)}{dt^2} = T(t) - J \dots \dots \dots \text{vztrajnostni moment bremena}$$

$c(t)$  ... zasuk sistema  
 $T(t)$  ... vzbujalni moment

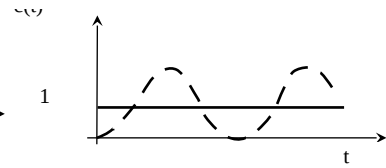
Blokovna regulacijska shema regulacije zasuka z uporabo P regulatorja:



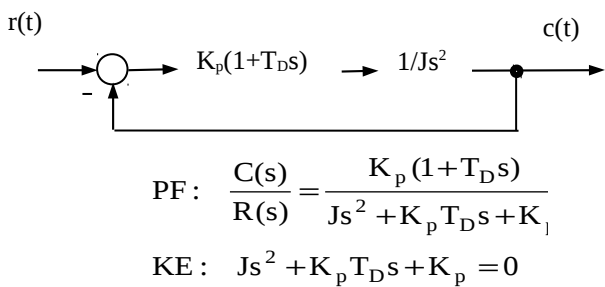
Lega korenov:



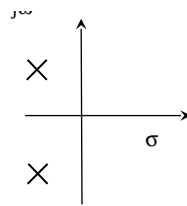
Časovni potek zasuka:



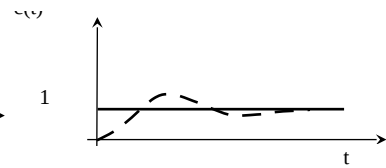
Če dodamo P regulatorju diferencialni del, so razmere s PD regulatorjem naslednje:



Lega korenov:

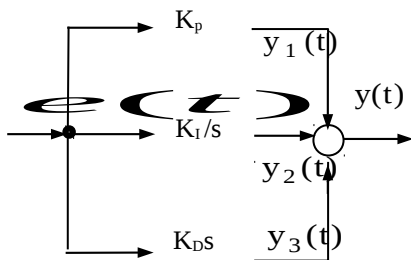


Časovni potek zasuka:



Zaradi D člena regulatorja se v karakteristični enačbi pojavi dušenje (člen  $K_pT_Ds$  v karakteristični enačbi). Lega korenov se je premaknila v levo polravnino, odziv sistema postane stabilnejši in dušen.

### PID regulacijski algoritem



$K_p$  - ojačenje regulatorja;

$T_D$  - diferencialni čas;

$T_I$  - integrirni čas;

$T'$  - realni diferencialni čas

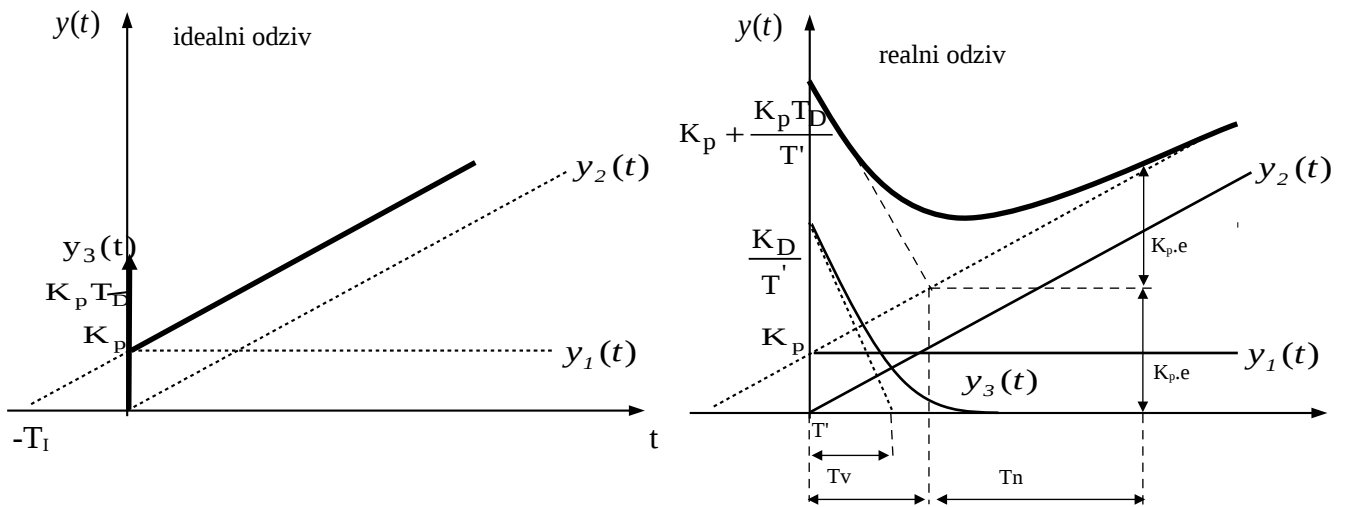
PI regulatorju dodamo člen, katerega velikost je proporcionalna odvodu pogreška:

$$y(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right); \quad G_R(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

$$T_I = \frac{K_p}{K_I}; \quad T_D = \frac{K_D}{K_p}; \quad T' \approx (0.1 - 0.3) T_D$$

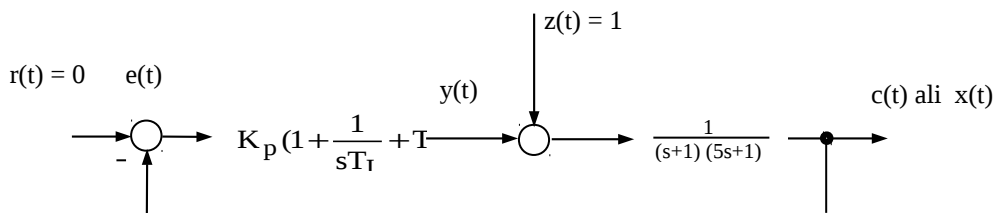
$$G_R(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T' s + 1} \right); \quad P = K_p; \quad I = \frac{K_p}{T_I p}; \quad D = \frac{K_p T_D p}{T' p + 1}$$

$$K_p = \frac{y_p}{e}, \quad K_I = \frac{K_p}{T_N}; \quad K_D = T_v$$



### Primer - PID regulacija sistema 2. reda

Spodnji primer kaže regulacijsko blokovno shemo 2. reda pri stopničasti motnji na regulirnem signalu in pri naslednjih parametrih regulatorja:  $K_p = 19$ ,  $T_I = 2$ ,  $T_D = 4/19$

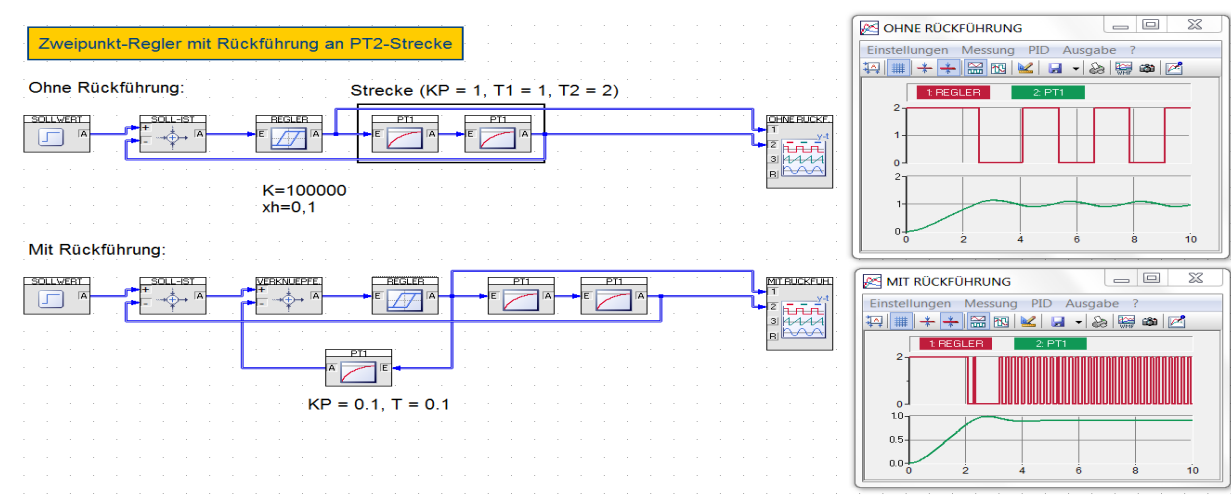


Ker velja  $e(t) = -c(t)$ , ima P regulator pogrešek v ustaljenem stanju. Z D členom povečamo dušenje, odziv je manj nihajoč, z I členom pa odpravimo pogrešek v ustaljenem stanju. Tako v praksi nastavlamo PID regulatorje.

Odziv regulacijskega sistema pri P, PD in PID regulatorju:

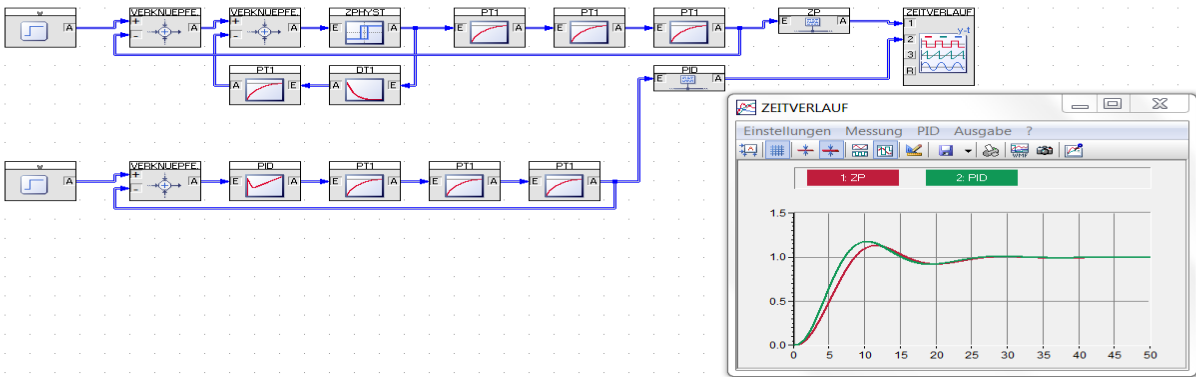
# Primeri stopenjskih regulacijskih sistemov

Dvpoložajni regulacijski algoritmi



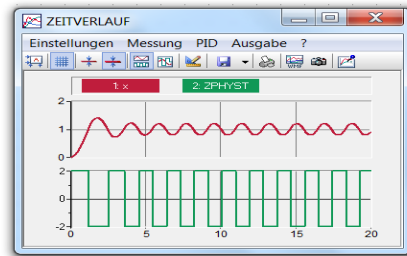
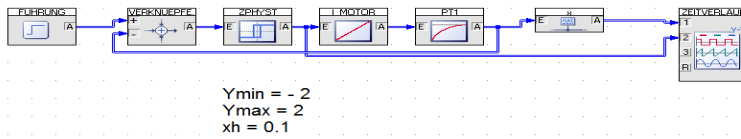
Dvpoložajni pulzno-širinski algoritem in primerjava z zveznim

Vergleich: Zweipunkt-Regler mit verzögert nachgebender Rückführung/PID-Regler an P-T3-Strecke



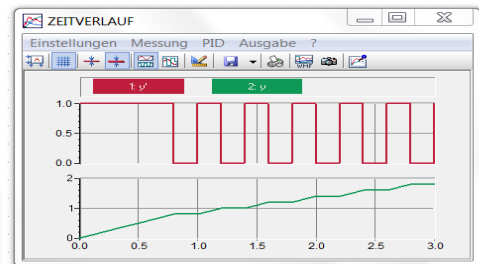
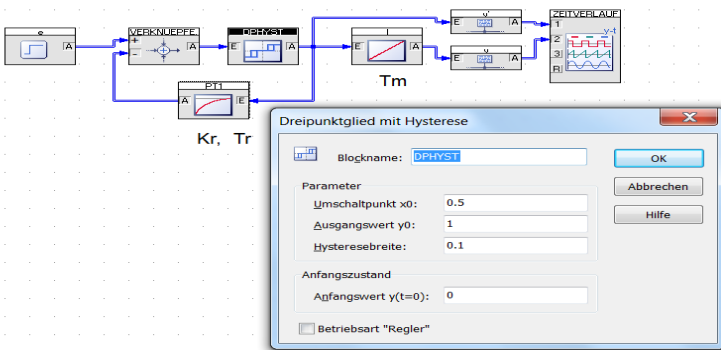
Dvupoložajni regulacijski algoritem in motor

Zweipunkt-Regelung mit Hysterese (I-T1-Strecke)

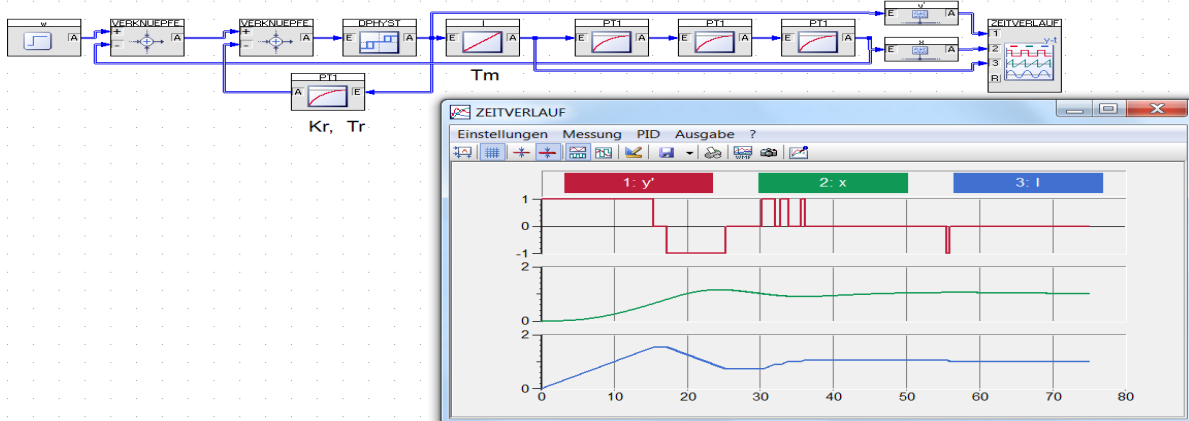


Tripoložajni regulacijski algoritmi

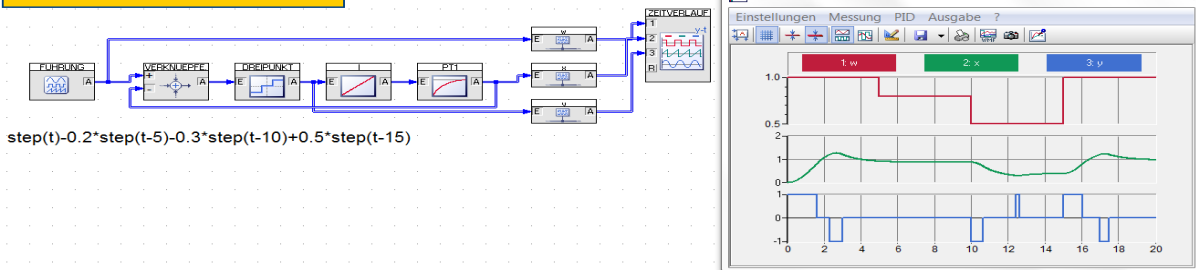
Dreipunkt-Regler mit verzögerter Rückführung



Dreipunkt-Regler mit verzögerter Rückführung an P-T3-Strecke

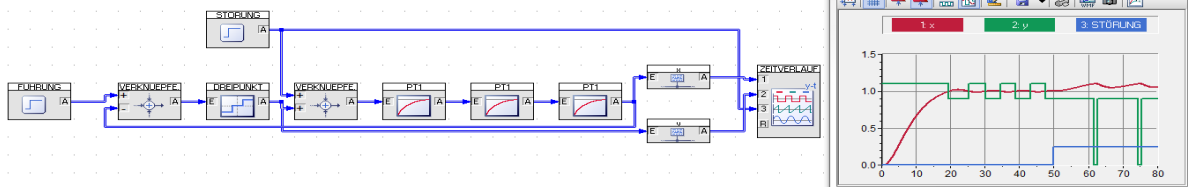


Dreipunkt-Regelung (I-T1-Strecke)



$$\text{step}(t)-0.2*\text{step}(t-5)-0.3*\text{step}(t-10)+0.5*\text{step}(t-15)$$

Dreipunkt-Regelung (P-T3-Strecke)



Nastavitvena pravila regulatorjev

Pri nastavljanju regulatorjev uporabljamo pokazatelje kvalitete regulacije: čas vzpona, maksimalni prevzpon in umiritveni čas in hitrost izreguliranja motenj.

1. Metoda Ziegler – Nichols

a) metoda Ziegler – Nichols s pomočjo odziva na stopnico

Regulator	$K_p$	$T_i$ ali $T_n$	$T_D$ ali $T_v$
$\frac{X(S)}{Y(S)} = \frac{K e^{-T_m's}}{T's + 1}$			
P	$\frac{1}{K} \frac{T'}{T_m'}$	$\infty$	0
PI	$\frac{0.9}{K} \frac{T'}{T_m'}$	$3.3 T_m'$	0
PID	$\frac{1.2}{K} \frac{T'}{T_m'}$	$2 T_m'$	$0.5 T_m'$

Prenosna funkcija PID regulatorja:

$$G_R(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) =$$

$$= \frac{1.2}{K} \frac{T'}{T_m'} \left( 1 + \frac{1}{2 T_m' s} + 0.5 T_m' s \right) = \frac{0.6}{K} T' \frac{\left( s + \frac{1}{T_m'} \right)^2}{s};$$

PID regulator ima pol v koordinatnem izhodišču in dvojno ničlo pri  $s = -1/T_m'$ .

## b) metoda Ziegler – Nichols s pomočjo nihajnega preizkusa

Regulator	$K_p$	$T_i$ ali $T_n$	$T_D$ ali $T_v$
P	$0.5 K_{kr}$	$\infty$	0
PD	$0.8 K_{kr}$	--	$0.125 T_{kr}$
PI	$0.45 K_{kr}$	$0.83 T_{kr}$	0
PID	$0.6 K_{kr}$	$0.5 T_{kr}$	$0.125 T_{kr}$

$$G_R(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) =$$

$$= 0.6 K_{kr} \left( 1 + \frac{1}{0.5 T_{kr} s} + 0.125 T_{kr} s \right) = 0.075 K_{kr} T_{kr} \frac{\left( s + \frac{4}{T_{kr}} \right)^2}{s}$$

PID regulator ima en pol v koordinatnem izhodišču in dvojno ničlo pri  $s = -4/T_{kr}$ .

## 2. Metoda Chien – Hrones – Reswick

Regulator	Značilni parametri	Aperiodični odziv z najkrajšim umiritvenim časom		Najkrajši umiritveni čas z 20% prevzponom	
		motnja	referenca	motnja	referenca
P	$K_p$	$\frac{0.3 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.3 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.7 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.7 T'}{K T_m'}$
PI	$K_p$	$\frac{0.6 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.35 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.7 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.7 T'}{K T_m'}$
	$T_i$	$4 T_m'$	$1.2 T'$	$2.3 T_m'$	$T'$
PID	$K_p$	$\frac{0.95 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.6 T'}{K T_m'}$	$\frac{1.3 T'}{K T_m'}$	$\frac{0.95 T'}{K T_m'}$
	$T_i$	$2.4 T_m'$	$T'$	$2 T_m'$	$1.35 T'$
	$T_D$	$0.42 T_m'$	$0.5 T_m'$	$0.42 T_m'$	$0.47 T_m'$

## Izbira ustreznega regulatorja za določeno progo

Proga	Regulator			
	P	PI	PD	PID
Sistem s čistim mrtvim časom	neuporabno	referenca + motnja	neuporabno	neuporabno
Sistem 1. reda z mrtvim časom	neuporabno	slabše kot PID	neuporabno	referenca + motnja
Sistem 2. reda z mrtvim časom	neustrezno	slabše kot PID	slabo	referenca + motnja
Sistem 1. reda z majhnim $T_m$	referenca + motnja	motnje	referenca pri $T_m'$	motnje pri $T_m'$
Sistem višjega reda	neustrezno	slabše kot PID	neustrezno	referenca + motnja
Sistem brez izenačenja in $T_m'$	referenca	motnje (brez $T_m'$ )	referenca	motnja

## Primernost regulatorjev za dani sistem

Proga	Regulator					
	P	I	PI	PD	PID	ON-OFF
$P_0$	-	x	xx	-	-	-
$P-T_1$	x	x	x	-	-	x
$P-T_2$	-	-	x	-	xx	x
$P-T_T$	-	x	xx	-	-	-
$P-T_T-T_1 / \tau \gg T_T$	x	-	xx	x	x	x
$/ \tau > T_T$	-	-	x	-	x	-
$I_0$	x	-	x	-	-	x
$I-T_1$	-	-	x	x	xx	x
$I-T_T$	-	-	-	x	x	-

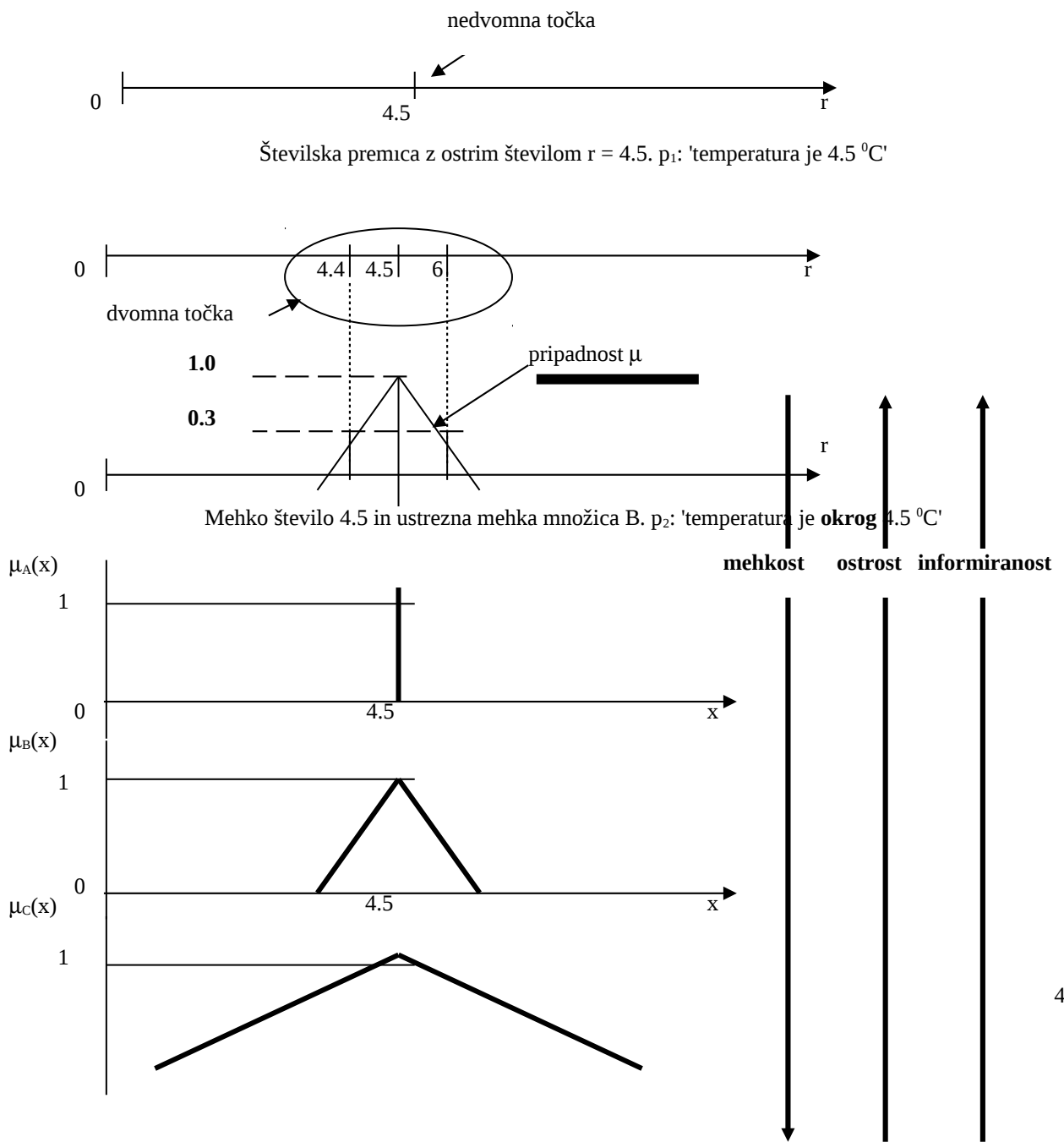
xx: zelo primeren

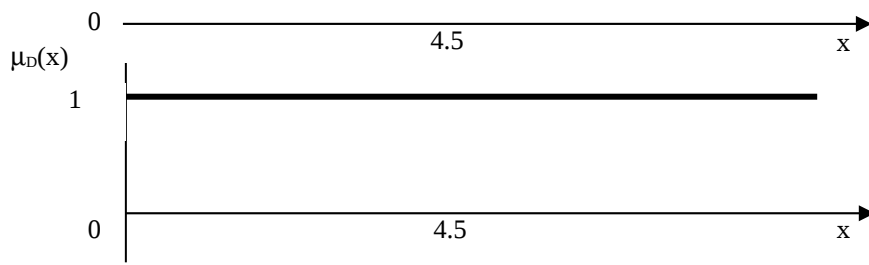
x : primeren

- : neprimeren



## MEHKO VODENJE – FUZZY LOGIKA





Različne mehкости števila 4.5

## OSNOVNI POJMI FUZZY LOGIKE

**Fuzzy sets** – fuzzy skupine z mehкими prehodi

**Linguistic variables** – spremenljivke

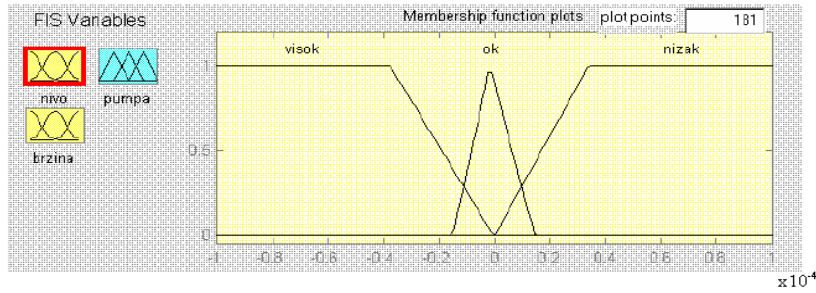
**Possibility distributions** – porazdelitev možnosti

**Fuzzy if-then rules** – fuzzy pravila

**Member ship functions** – funkcije pripadnosti ( $\mu$ ): trikotnik, trapez, sinus

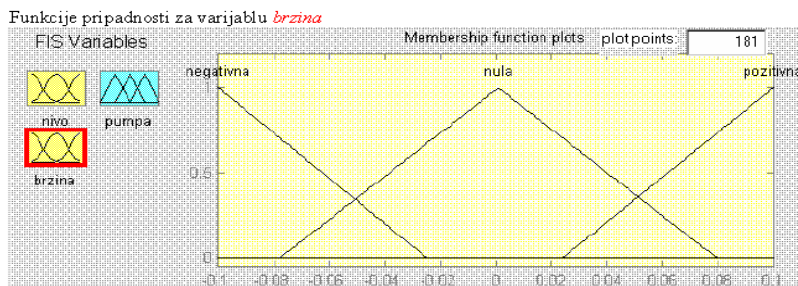
## Primer spremenljivk črpališča: *nivo*, *hitrost*, *črpalka*

### Vrednosti spremenljivk



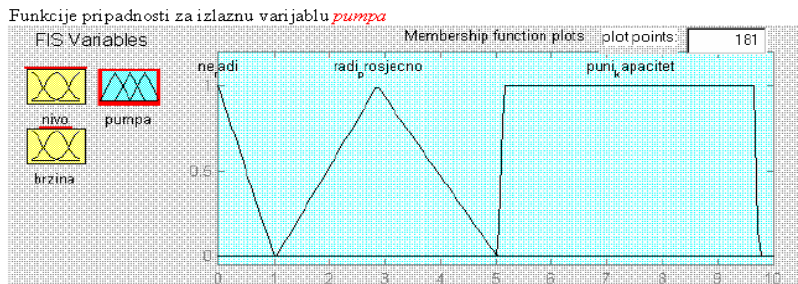
#### *nivo*

- visok
- ok
- nizek



#### *hitrost*

- negativna
- nič
- pozitivna



#### *črpalka*

- ne dela
- povprečno delovanje
- polna kapaciteta

### Pravila fuzzy regulatorja:

1. if (*nivo* visok) then (*črpalka* ne dela)
2. if (*nivo* nizek) then (*črpalka* polna kapaciteta)
3. if (*nivo* ok) and (*hitrost* negativna) then (*črpalka* povprečno delovanje)
4. if (*nivo* ok) and (*hitrost* nič) then (*črpalka* ne dela)
5. if (*nivo* ok) and (*hitrost* pozitivna) then (*črpalka* ne dela)

### Transformacija:

1. if (*nivo* visok) or ((*nivo* ok) and (*hitrost* nič) or (*hitrost* pozitivna)) then (*črpalka* ne dela)
2. if (*nivo* nizek) then (*črpalka* polna kapaciteta)
3. if (*nivo* ok) and (*hitrost* negativna) then (*črpalka* povprečno delovanje)

Spremenljivka *hitrost* pove, ali nivo raste ali pada: odvod  $d(\textit{nivo})/dt$

### POTEK SNOVANJA MEHKEGA REGULATORJA

1. postopek MEHČANJA ali FUZIFIKACIJE vhodnih spremenljivk (matcing)
2. postopek INFERENCE ali PROCESA ODLOČANJA (inference)
3. postopek KOMBINACIJE (combination)
4. postopek OSTRENJA ali DEFUZIFIKACIJE (defuzzifaction)

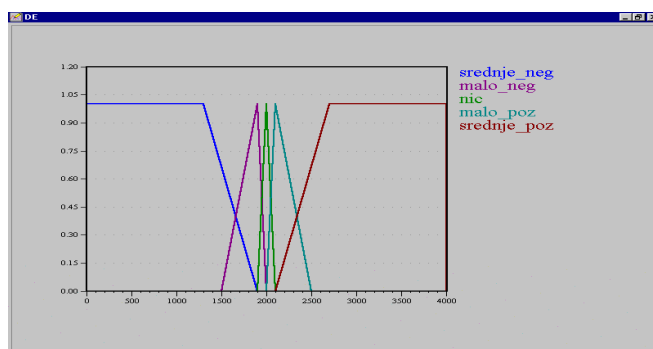
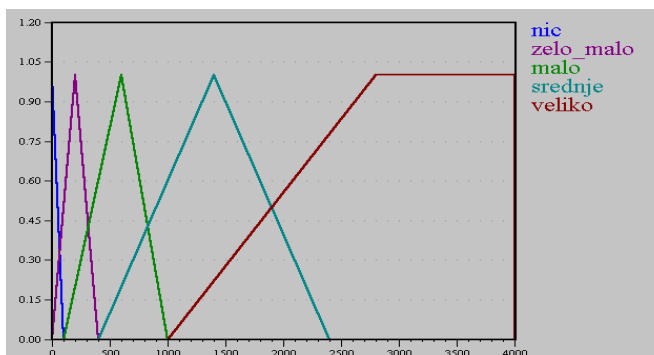
# 1. MEHČANJE ali FUZIFIKACIJA

- določanje množice vhodnih in izhodnih spremenljivk,
- določanje področja obravnave vhodnih in izhodnih spremenljivk,
- postopek mehčanja vhodnih spremenljivk.

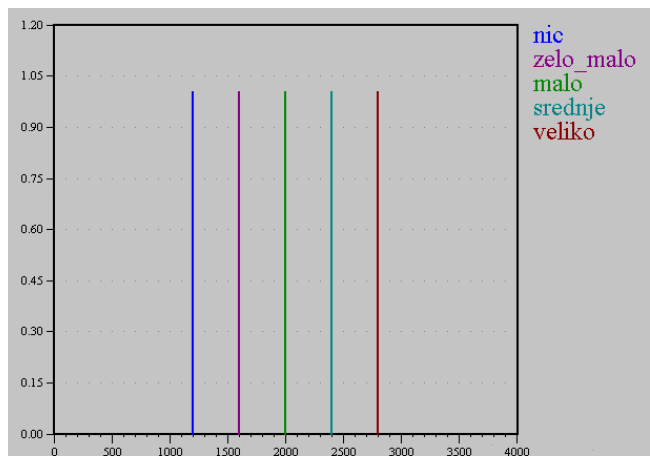
- VHOD: razlika nivojev "e":
- VHOD: hitrost spreminjanja nivoja "de":
- IZHOD: izhod iz izvršilnega člana "y":

PRIPADNOSTNA FUNKCIJA RAZLIKE NIVOJEV E :

PRIP. FUNKC. HITROSTI SPREMINJANJA NIVOJA DE:



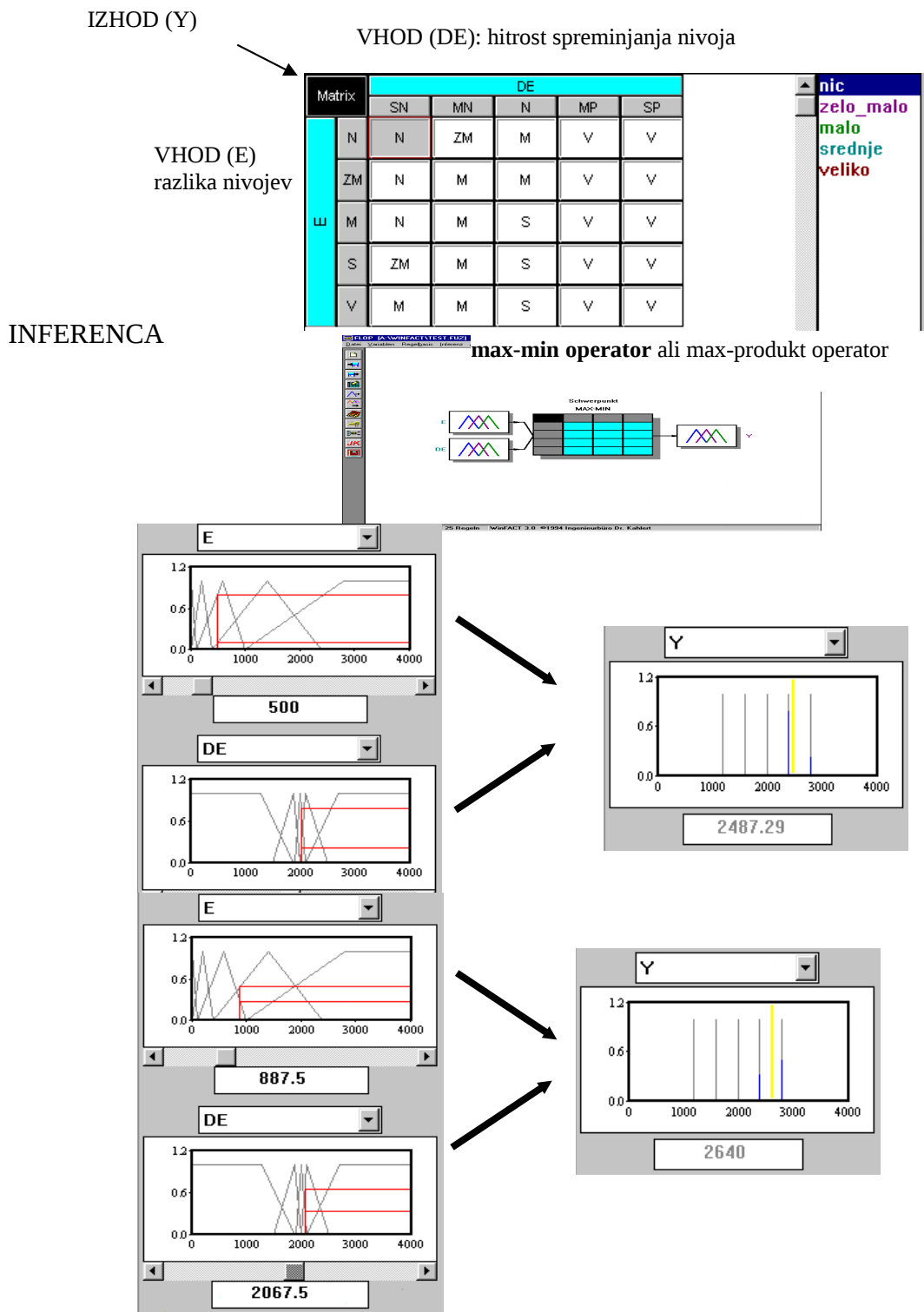
PRIPADNOSTNA FUNKCIJA IZHODA IZ REGULATORJA "Y": (PRIMER OSTRIH IZHODOV)



# 3. INFERENCA ali PROCES ODLOČANJA

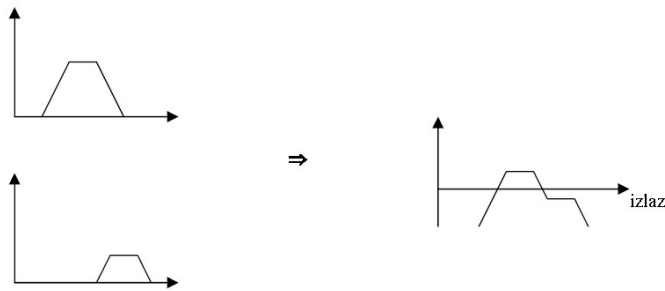
- sestava množice *pravil krmiljenja* in
- *inferenca*

PRAVILA KRMILJENJA



### 3. KOMBINIRANJE

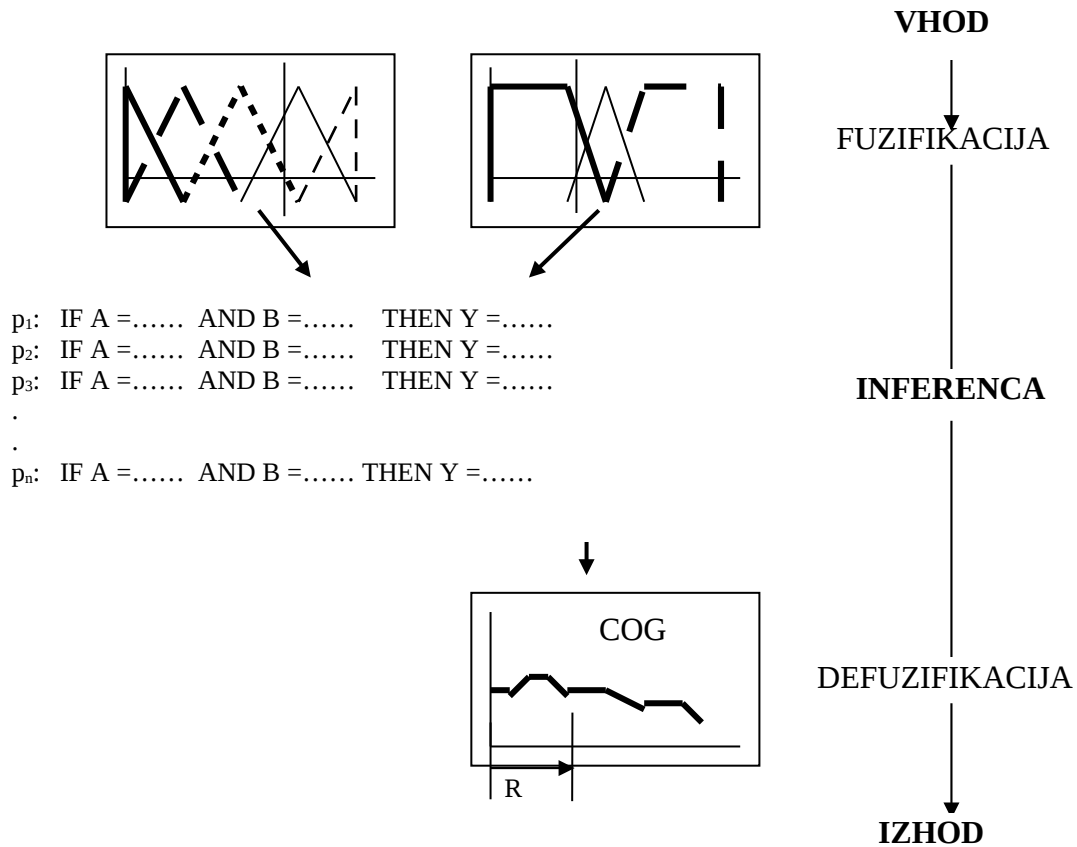
Postopek skombinira vse informacije, dobljene preko fuzzy pravil, v eno



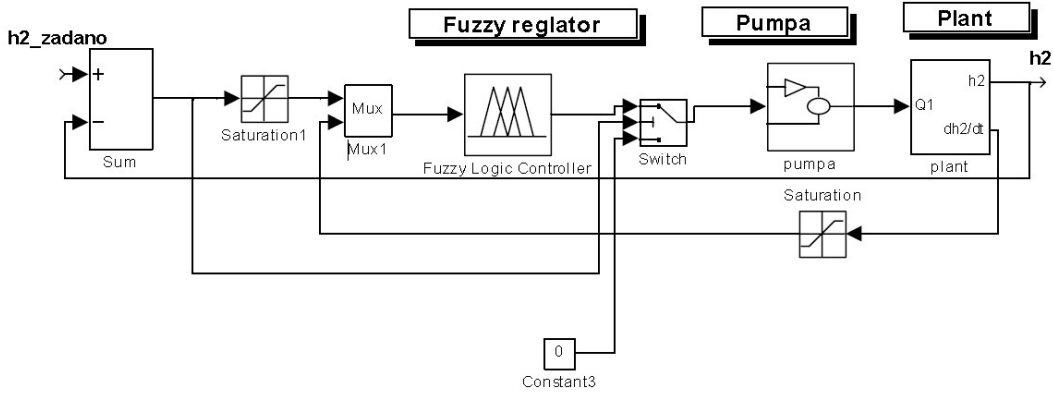
#### 4. OSTRENJE ali DEFUZIFIKACIJA

- *težiščna metoda* (COG center-of-gravity),
- metoda središčnih vsot,
- metoda maksimumov,
- metoda višine, metoda največje površine ...

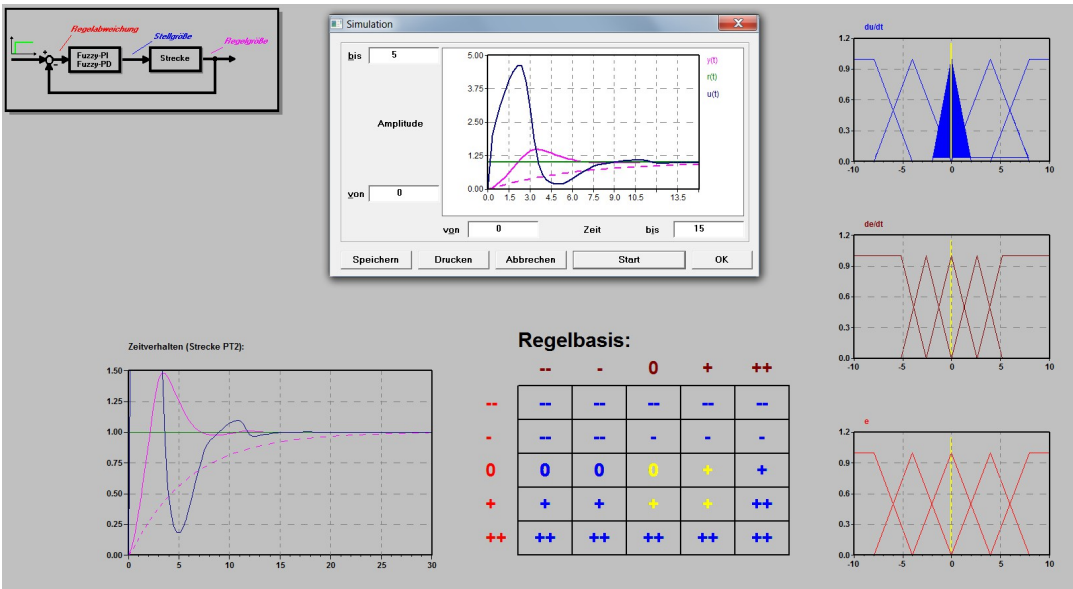
**Snovanje mehkega regulatorja z dvema vhodoma, n pravili in enim izhodom:**



Simulacija sistema s fuzzy regulatorjem črpališča z dvema posodama



### Primer Winfact Fuzzy PI



### Primer Winfact Fuzzy PD

